

Dinámica Intersectorial de la Economía de Bogotá, D.C.

Aproximación de Insumo Producto

Secretaría Distrital de Desarrollo Económico
Dirección de Estudios Socioeconómicos y Regulatorios
Subdirección de Estudios Estratégicos

Desde 1995, la Administración Distrital se ha venido preocupando por producir y compilar estadísticas de producción tanto a nivel agregado como a nivel sectorial y ha invertido en la construcción de modelos de insumo producto y de contabilidad social, como base cuantitativa para sus iniciativas de modelamiento de asignación de recursos, de eficiencia y regulación, y de impactos sectoriales de la acción pública. La Matriz de Insumo Producto (SHD, 2002), que representa la estructura intersectorial de la producción con base en 52 ramas productivas es uno de tales instrumentos.

A partir de su análisis se han derivado ya (DAPD, 2005) algunos hechos estilizados sobre el empleo de factores. Se ha encontrado, por ejemplo, que los mayores contratantes de trabajo son ramas cuya producción está caracterizada por la prevalencia de inputs primarios sobre aquellos intermedios e importados y que, en particular los servicios de los gobiernos Nacional y Distrital, además de los Servicios a Empresas, los Servicios de Intermediación Financiera, los Servicios privados de Enseñanza, el Transporte, los servicios de Correos y Telecomunicaciones y la Fabricación de Productos Químicos, son las ramas que pagan la mayor parte de la remuneración a los asalariados. Aún cuando estos hechos proporcionan una idea de las demandas sectoriales de trabajo, las estimaciones son de *en equilibrio parcial* en esencia, esto es, son resultados que no consideran las dependencias y relaciones de un sector particular respecto de los otros sectores y del resto de sectores respecto de una rama específica.

En el entendido que la ocupación es resultado de decisiones óptimas de los productores, aquí se ofrece evidencia sobre los patrones de *encadenamientos* y *codependencia* intersectorial, se calcula el grado de dependencia de una actividad respecto de otras y de las actividades respecto de la demanda final, y se presentan algunos avances sobre el impacto en las demandas de insumos de cambios en la demanda final y/o sus componentes.

1. Encadenamientos y Co-dependencias

La representación analítica de un empresario típico en el sistema productivo parte de la suposición de que éste busca hacer máximo el beneficio neto de su actividad fabril. Al efecto, el *j-ésimo* empresario elige un netput de su conjunto de elección, que contendrá los niveles de producción adecuados, además de los requerimientos de factores primarios y mercancías intermedias o materias primas que resultan coherentes con su propósito final. La producción a que dicho proceso de elección da lugar es adquirida por los consumidores finales, que optimizan una cierta función de retorno dado su ingreso y los precios de las mercancías, o por otras industrias, que utilizan las mercancías producidas por otras firmas como insumo para su propia producción. La escasez o abundancia relativa de una mercancía genera una serie de externalidades pecuniarias que reflejan el grado de interdependencia de la estructura sectorial de la producción: así como el netput óptimo de la firma contiene sus requerimientos directos de insumos, estos debieron ser provistos por otras industrias (e instituciones) que a su vez han elegido un netput óptimo, con requerimientos directos satisfechos por el resto de la estructura productiva.

El grado de dependencia de una actividad productiva respecto de otras en el mismo sistema, y su respuestas en términos de demandas de inputs a cambios en los componentes de la demanda final, puede ser aproximado y computado mediante los *Índices de Dispersión* de Rasmussen (Rasmussen, 1957), que miden el grado de encadenamiento hacia atrás y hacia delante de una industria. El Anexo 2 contiene una descripción operativa de estos índices.

Encadenamientos *Hacia Atrás (Backward Linkages)*

El Índice de Poder de Dispersión (IPD), medida ampliamente aplicada en determinar el grado de los encadenamientos *hacia atrás* en una rama o industria, describe el grado relativo con el que un incremento en la demanda final por los productos de una rama determinada se dispersa en el sistema total de industrias. La formulación del índice implica (*ver Apéndice 2*) que una rama con un valor mayor que 1, ejerce una presión superior al promedio de industrias; como por construcción la media es 1, la suma de los valores del IPD es el número de sectores considerados (52 en este caso). Si se agrupan las ramas de actividad de acuerdo

con la preeminencia de un determinado grupo de inputs y de acuerdo con su aporte medio al valor bruto de la producción total, se podrá obtener un resumen de los índices de poder de dispersión sectoriales como se registra a continuación:

Tabla 1
Índice de Poder de Dispersión (IPD) o de *Encadenamiento Hacia Atrás*
Según Grado de Aporte a la Producción, por tipo de Dependencia de Insumos

Aporte a la Producción	Dependencia			Media
	Consumos Intermedios	Valor Agregado	Componente Importado	
Alto	1.14	1.25	1.20	1.20
Medio	0.90	0.88	1.06	0.95
Bajo	0.72	0.77	0.83	0.78
Media	0.92	0.97	1.03	1.00

Fuente: SHD: Matriz de Insumo Producto de Bogotá (2002)
Cálculos Propios

De acuerdo con estos resultados, el poder de dispersión aumenta con el valor de la producción: mientras mayor sea la participación sectorial en la producción total, el poder de dispersión será mayor. En el caso de Bogotá se ha encontrado que los sectores de mayor grado de *encadenamiento hacia atrás* son aquellos que presentan las mayores contribuciones sectoriales. El promedio en este nivel es 1.2, sin obstar para que en el grupo de industrias cuyos principales inputs son las materias primas (CI), de aporte mediano a la producción, haya actividades con poder de dispersión mayor que el promedio. Los sectores que resultan clave en el sentido de los encadenamientos hacia atrás, es decir, que exhiben un IPD mayor que 1, se relacionan en la *Tabla 2*:

Tabla 2
Ramas Productivas / Industrias, Con Mayor Poder de Dispersión
(*IPD >> 1*)

Rama / Sector	Dependencia	Aporte a la Producción	IPD
Servicios a las Empresas, Excepto Servicios Financieros e Inmobiliarios	VA	Alto	2.7678
Transporte	VA	Alto	1.6764
Servicios de Electricidad y Gas de Ciudad	C	Alto	1.5138
Fabricación de Sustancias Químicas Industriales	M	Medio	1.4298
Servicio de Intermediación Financiera	VA	Alto	1.4102
Servicios Inmobiliarios y Alquiler de Vivienda	VA	Alto	1.3263
Fabricación de Papel y Productos de Papel	M	Medio	1.2539
Industria Básica de Hierro y Acero	M	Medio	1.2305
Servicio de Correo y Telecomunicaciones	VA	Alto	1.2208
Refinerías de Petróleo	M	Alto	1.2040
Agropecuaria	M	Alto	1.1896
Fabricación de otros Productos Químicos	VA	Alto	1.1563
Fabricación de Textiles	C	Alto	1.1380
Fabricación de Productos Plásticos N.E.P.	C	Medio	1.1180
Fabricación de Material de Transporte	C	Alto	1.1003
Fabricación de Productos Alimenticios	C	Alto	1.0777
Fabricación de Otros Productos Minerales no Metálicos	M	Bajo	1.0404
Comercio y Servicios de Reparación	VA	Medio	1.0374
Fabricación de Maquinaria, Aparatos, Accesorios y Sumin. Eléctricos	M	Medio	1.0314
Servicios de Asociaciones, Esparcimiento de Mercado	VA	Medio	1.0005

CI = Compras Intermedias; M= Insumos Importados; VA = Valor Agregado.
Fuente: SHD: Matriz de Insumo Producto de Bogotá (2002)
Cálculos Propios.

Las ramas registradas en la *Tabla 2* caben entenderse *líderes* en el sentido de que imprimen dinamismo al sistema económico. No sorprende que los *Servicios a Empresas* ocupen el primer lugar, dada la vocación productiva de la ciudad. Contrastando con la sabiduría popular, los Servicios de los Gobiernos Nacional y Departamental no aparecen en esta clasificación (IPD=0.74) cuestión que parece sugerir que si bien estos servicios representan una muy buena parte del ingreso, su efecto *jalonador* sobre el resto de la economía no es mayor que el promedio. Por otra parte, los servicios a empresas, los transportes, los servicios de intermediación financiera y los servicios de alquiler de vivienda continúan en los primeros lugares. La construcción de edificaciones, —que en la clasificación por empleo ocupa el primer lugar en las ramas con actividad basada en compras intermedias—, no aparece en la clasificación.

Encadenamientos *hacia Adelante* (*Forward Linkages*)

Rasmussen además del IPD propone una medida que describe el grado en que el sistema de industrias determina el resultado de una industria dada, un Índice de Sensibilidad a la Dispersión, (ISD). Este índice, que ha sido interpretado como una medida de los encadenamientos de las industrias *hacia adelante*, expresa el incremento observado en el sector *j-ésimo*, atribuible a un en la demanda final de todas las industrias en el sistema. La *Tabla 3* resume los valores obtenidos para el sistema de industrias de la MIP de Bogotá de, según la importancia de la producción sectorial, dadas dependencias respecto de los inputs.

Tabla 3
Índice de Sensibilidad a la Dispersión o de *Encadenamiento Hacia Adelante*
Según Grado de Aporte a la Producción, por tipo de Dependencia de Insumos

Aporte a la Producción	Dependencia			Media
	Consumos Intermedios	Valor Agregado	Componente Importado	
Alto	1.14	1.00	0.75	0.96
Medio	1.18	1.31	0.89	1.13
Bajo	1.44	0.96	0.86	1.09
Media	1.25	1.09	0.83	1.00

Fuente: SHD: Matriz de Insumo Producto de Bogotá (2002)
Cálculos Propios.

Aquí la sensibilidad a la dispersión, o el grado de encadenamiento hacia adelante, —el grado en el que una industria se ve *estimulada* por el resto de industrias—, parece ser mayor en las actividades de aporte medio y bajo a la producción. En particular, el mayor grado de encadenamiento hacia adelante parece concentrarse en actividades dependientes en Compras

Intermedias de bajos niveles de productivos, si bien la sensibilidad a la dispersión de actividades de aporte medio, intensivas en valor agregado no parece ser muy inferior. Las actividades basadas en VA de alto aporte a la producción muestran un nivel de encadenamiento hacia adelante promedio y las actividades con inputs importados, de alto nivel de producción, muestran los más débiles encadenamientos en el sistema completo de industrias.

En general, si hay que establecer diferencias, las actividades basadas en consumos intermedios, presentan los mayores niveles de encadenamiento (1.25), seguidas de las actividades basadas en VA (1.09). En contraste las actividades basadas en inputs importados presentan respuesta inelástica respecto de la demanda final del sistema de empresas, cuestión que parece bastante intuitiva, visto el tipo de inputs que insumen y el nivel de producción que exhiben. Por otra parte, las industrias de alto aporte a la producción parecen ser insensibles a los resultados globales indicando quizás, cierto grado de poder de mercado en ellas. Por contraste, las actividades de niveles medios y bajos de producción exhiben niveles de encadenamiento por encima del promedio, que denotan su *sensibilidad* y conducen a pensar que son actividades competitivas en el sentido de que no pueden determinar los precios de mercado. La lista de industrias clasificadas según este concepto de sensibilidad aparece en la *Tabla 4*:

Tabla 4
Ramas Productivas / Industrias con Mayor Sensibilidad a la Dispersión
(*IPS >> 1*)

Rama / Sector	Dependencia	Aporte a la Producción	ISD
Comercio y Servicios de Reparación	VA	Medio	2.5562
Servicios de Asociaciones, Esparcimiento de no Mercado Distrital	C	Bajo	1.4355
Servicios de Administración Pública Distrital	C	Medio	1.3451
Transporte	VA	Alto	1.2566
Construcción de Edificios	C	Alto	1.2236
Fabricación de Textiles	C	Alto	1.1781
Trabajos y Obras de Ingeniería Civil	VA	Medio	1.1690
Fabricación de Productos Plásticos N.E.P.	C	Medio	1.1577
Servicios de Hotelería y Restaurantes	VA	Alto	1.1465
Servicios de Electricidad y Gas de Ciudad	C	Alto	1.1352
Saneamiento	VA	Bajo	1.1183
Servicios de Administración Pública Nacional y Departamental	VA	Alto	1.1165
Fabricación de Material de Transporte	C	Alto	1.0997
Fabricación de Equipo Profesional y Científico	VA	Bajo	1.0565
Elaboración de Productos Alimenticios Diversos	C	Medio	1.0509
Fabricación de Productos alimenticios	C	Alto	1.0443
Imprentas, Editoriales e Industrias Conexas	VA	Alto	1.0421
Fabricación de otros Productos Químicos	VA	Alto	1.0195
Fabricación de Productos Metálicos Excepto Maquinaria y Equipo	M	Medio	1.0159
Servicio de Intermediación Financiera	VA	Alto	1.0110
Fabricación de Otros Productos Minerales no Metálicos	M	Bajo	1.0001

De acuerdo con el grado de sensibilidad a la distorsión, en la *Tabla 4* se registran industrias y ramas que crecen (decrecen) en la medida en que la economía crezca (decrezca); se trata de ramas que están indudablemente ligadas al consumo final y al consumo de los hogares. Los servicios de intermediación financiera presentan una sensibilidad a la dispersión apenas un 1% mayor al promedio; en vista del hecho de que esta rama no aparece dentro de la clasificación de industrias con poder de dispersión, esto es, que con su producción estimulan la economía, esta rama parece resultar independiente del resto de sectores. Nos preguntamos si el sector, que en principio debería contribuir a mejorar el flujo de recursos entre las demás ramas de la producción, contribuye efectivamente a este propósito, o si por el contrario, es una isla cuya actividad, de naturaleza esencialmente rentista, no aporta nada al crecimiento y al desarrollo.

2. Resumiendo Hallazgos: Sectores Claves

Bajo los análisis de multiplicadores de la actividad interindustrial de Rasmussen, se propone que use identifique como *sector clave* o *sector estratégico* en el sistema de industrias es aquel que exhibe un valor mayor que 1 en cualquiera de los dos índices. No obstante, un filtro más estricto consideraría *altamente claves* a las industrias que presentan índices mayores que los medios en los dos. Esos sectores aparecen a continuación, junto con los niveles de producción y empleo (normalizados) que presentan.

Tabla 5
Industrias Claves en Sentido IPD, ISD Simultáneo
Según Aporte a la Producción y Nivel de Contratación de Fuerza de Trabajo

Sector	Producción	Empleo	IPD	ISD
Comercio y Servicios de Reparación	0.711	5.035	1.037	2.556
Servicio de Intermediación Financiera (1)	3.922	4.097	1.410	1.011
Transporte (2)	2.901	2.513	1.676	1.257
Fabricación de otros Productos Químicos (3)	2.600	1.144	1.156	1.020
Fabricación de Textiles	1.201	0.751	1.138	1.178
Fabricación de Productos alimenticios	2.674	0.663	1.078	1.044
Fabricación de Material de Transporte	1.338	0.439	1.100	1.100
Fabricación de Productos Plásticos NEP.	0.803	0.420	1.118	1.158
Servicios de Electricidad y Gas de Ciudad	1.123	0.346	1.514	1.135
Fabricación de Otros Productos Minerales no Metálicos	0.372	0.105	1.040	1.000

En orden del nivel (estandarizado) de empleo, los sectores que presentan encadenamientos hacia atrás y hacia delante mayores que 1 pueden ser considerados estratégicos si bien sus

niveles de producción y empleo pueden encontrarse por debajo del promedio. Por otra parte, una actividad con altos niveles de empleo y producción puede no resultar estratégica como consecuencia de sus bajos niveles de encadenamiento. Note sin embargo que existen industrias con valores superiores al promedio en las cuatro dimensiones consideradas, estas aparecen resaltadas en la tabla supra.

El papel que desempeñan las actividades del gobierno en el circuito de empresas puede entenderse un poco mejor examinando los valores que estas actividades toman sobre las mismas cuatro dimensiones:

Tabla 6
Niveles de Encadenamiento de las Actividades del Gobierno
Según Aporte a la Producción y Nivel de Contratación de Fuerza de Trabajo

Sector	Producción	Empleo	IPD	ISD
Servicios de Administración Pública Nacional y Departamental	4.348	12.072	0.724	1.116
Servicios de Electricidad y Gas de Ciudad	1.123	0.346	1.514	1.135
Servicios de Enseñanza de no Mercado Distrital	0.508	1.937	0.724	0.909
Trabajos y Obras de Ingeniería Civil	0.927	0.744	0.814	1.169
Servicios de Administración Pública Distrital	0.501	0.902	0.724	1.345
Servicios Sociales y de Salud de no Mercado Distrital	0.163	0.608	0.724	0.926
Servicios de Asociaciones, Esporadismo de no Mercado Distrital	0.055	0.070	0.724	1.436

El orden en que aparecen estas actividades viene dado por el promedio de los valores de las actividades en las cuatro dimensiones. Bajo esta óptica, los servicios que los gobiernos Nacional y Departamental ofrecen en la Ciudad ocupan un primer lugar visto lo importante del valor de su producción y del volumen del empleo que contratan. Sin embargo, estos servicios presentan un pobre grado de encadenamiento hacia atrás en el sentido de que su producción no estimula el resto de la economía; por el contrario, el valor que esta actividad muestra sobre el Índice de Sensibilidad a la Dispersión (ISD=1.116) establece que la producción del sector, tiende a aumentar con el nivel de producción agregado, algo así como si el tamaño del gobierno tendiera a crecer con la producción.

La segunda actividad estatal en sentido estratégico es la provisión de servicios públicos domiciliarios de energía; aún cuando el nivel de contratación de empleo es cerca de la mitad del promedio, su poder de dispersión es un 57% mayor que el promedio de industrias. A su turno, el sector se ve estimulado con la actividad económica, una cuestión apenas obvia si se tiene en cuenta que con el aumento del producto, aumenta la demanda de energía.

Una intuición que se ve defraudada en este análisis es la que está relacionada con las Trabajos y Obras de Ingeniería Civil porque según la creencia común, se trata de una actividad que empuja el crecimiento, esto es, debería presentar niveles de encadenamiento hacia atrás mayores que la media, sin importar los niveles de producción que genera en forma directa o de empleo que contrata. Los datos señalan que su poder es de orden menor: los valores de esta actividad sobre la producción, el empleo y el poder de dispersión, medido con el IPD son menores que 1; lo único que coincide con la intuición es que, a medida que crece el producto, la actividad se ve impelida a aumentar su oferta.

Los Servicios de Administración Pública Distrital presentan puntajes por debajo del promedio en las cuatro dimensiones propuestas. En cuanto al poder de dispersión su valor es igual al que exhiben los demás servicios del gobierno a excepción de los Servicios de Electricidad y Gas de Ciudad y los Trabajos y Obras de Ingeniería Civil (1.514 y 0.814 respectivamente) porque, según se podrá observar en la MIP, presentan ventas intermedias prácticamente nulas: la producción de estos sectores es consumida directamente por los hogares y el gobierno.

Industrias Claves según Sensibilidad a la Dispersión

Forward Linkage

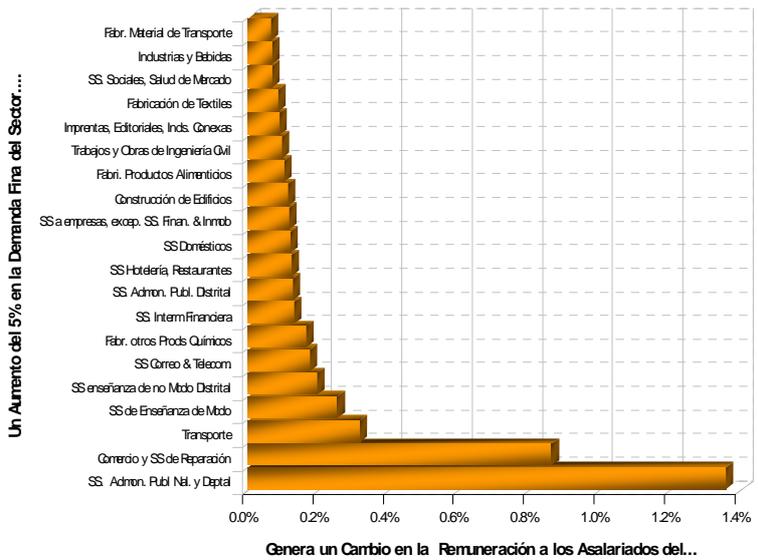
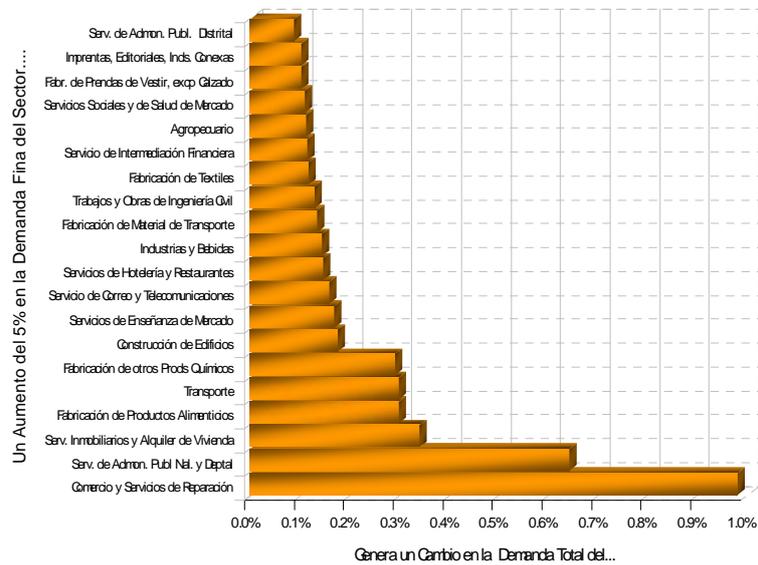
Rama / Sector	Dependencia	Aporte a la Producción	ISD
Comercio y Servicios de Reparación	VA	Medio	2.5662
Servicios de Asociaciones, Esporamiento de no Mercado Distrital	C	Bajo	1.4355
Servicios de Administración Pública Distrital	C	Medio	1.3451
Transporte	VA	Alto	1.2566
Construcción de Edificios	C	Alto	1.2236
Fabricación de Textiles	C	Alto	1.1781
Trabajos y Obras de Ingeniería Civil	VA	Medio	1.1690
Fabricación de Productos Plásticos NEP.	C	Medio	1.1577
Servicios de Htelería y Restaurantes	VA	Alto	1.1465
Servicios de Electricidad y Gas de Ciudad	C	Alto	1.1352
Saneamiento	VA	Bajo	1.1183
Servicios de Administración Pública Nacional y Departamental	VA	Alto	1.1165
Fabricación de Material de Transporte	C	Alto	1.0997
Fabricación de Equipo Profesional y Científico	VA	Bajo	1.0565
Elaboración de Productos Alimenticios Diversos	C	Medio	1.0509
Fabricación de Productos alimenticios	C	Alto	1.0443
Imprentas, Editoriales e Industrias Conexas	VA	Alto	1.0421
Fabricación de otros Productos Químicos	VA	Alto	1.0195
Fabricación de Productos Metálicos Excepto Maquinaria y Equipo	M	Medio	1.0159
Servicio de Intermediación Financiera	VA	Alto	1.0110
Fabricación de Otros Productos Minerales no Metálicos	M	Bajo	1.0001
Agua	VA	Bajo	0.9929
Industria del Cuero y Productos de Cuero	M	Bajo	0.9741
Fabricación de Productos Diversos Derivados del Petróleo	M	Bajo	0.9572
Otras Industrias Manufactureras	VA	Bajo	0.9505
Servicios de Asociaciones, Esporamiento de Mercado	VA	Medio	0.9485
Servicios Sociales y de Salud de Mercado	VA	Medio	0.9466
Fabricación de Maquinaria Excepto la Eléctrica	M	Medio	0.9422
Industrias de Bebidas	VA	Alto	0.9275
Servicios Sociales y de Salud de no Mercado Distrital	VA	Bajo	0.9262
Servicios de Enseñanza de no Mercado Distrital	VA	Medio	0.9095
Fabricación de Maquinaria, Aparatos, Accesorios y Sumin. Eléctricos	M	Medio	0.8951
Servicio de Correo y Telecomunicaciones	VA	Alto	0.8895
Fabricación de Muebles y Accesorios Excepto Metálicos	M	Bajo	0.8867
Servicios a las Empresas, Excepto Servicios Financieros e Inmobiliarios	VA	Alto	0.8864
Industria de Madera y Productos de Madera	M	Bajo	0.8718
Industria Básica de Hierro y Acero	M	Medio	0.8708
Fabricación de Productos de Caucho	M	Medio	0.8629
Fabricación de Papel y Productos de Papel	M	Medio	0.8603
Servicios de Enseñanza de Mercado	VA	Alto	0.8554
Fabricación de Prendas de Vestir, Excepto Calzado	M	Medio	0.8473
Fabricación de Sustancias Químicas Industriales	M	Medio	0.8415
Fabricación de Objetos de Barro, Loza y Porcelana	M	Bajo	0.8321
Fabricación de Calzado, Excepto de Caucho	M	Bajo	0.8255
Industria Básica de Metales no Ferrosos	M	Bajo	0.8164
Servicios Inmobiliarios y Alquiler de Vivienda	VA	Alto	0.7988
Fabricación de Vidrio y Productos de Vidrio	M	Bajo	0.7872
Minería	M	Bajo	0.7802
Agropecuaria	M	Alto	0.7659
Industria del Tabaco	M	Bajo	0.7243
Servicios domésticos	VA	Bajo	0.7243
Refinerías de Petróleo	M	Alto	0.7243

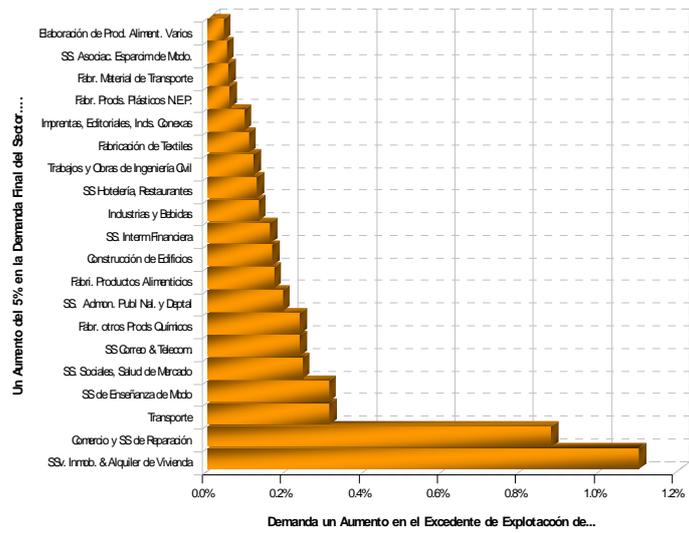
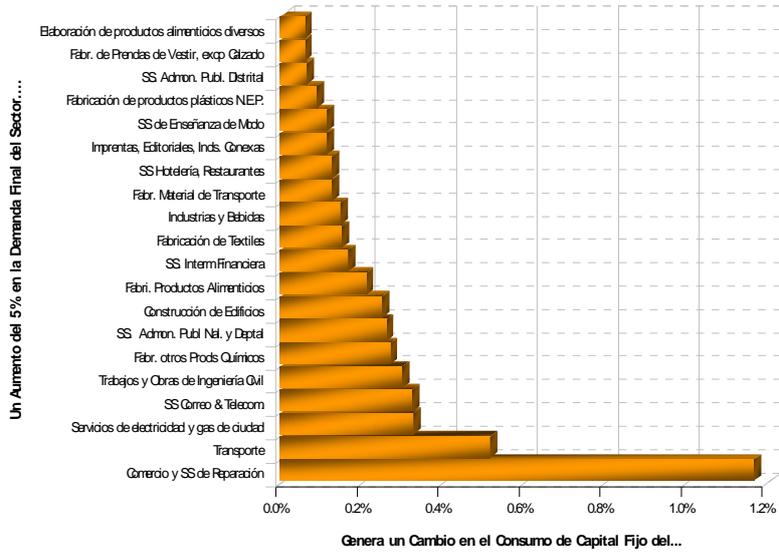
C = Compras Intermedias; M= Insumos Importados; VA= Valor Agregado

Fuente: SHD(2003): MP de Bogotá, D.C. Cálculos: DAPD/SEQ.DU.CS

3. Dinámica de los Enlaces Multisectoriales

¿Cuáles son las industrias que, dado un incremento de la demanda final por sus productos, estimulan en mayor medida la economía? Utilizando la metodología que se describe en el Anexo III-4 se han calculado los cambios en la Demanda Total de la Economía Distrital así como los cambios en las demandas de factores dados cambios del 5% en la demanda final por las mercancías que producen las 52 industrias en la MIP de Bogotá.





Crecimiento Inducido en la Demanda Total, las Demandas de Factores y de Importaciones y el Recaudo de Impuestos, dados cambios del 5% en la Demanda Final de las Industrias Individuales

Sector	Demanda Total	Factores	Importaciones	Impuestos
Comercio y Servicios de reparación	0.983%	0.883%	1.276%	1.259%
Serv. de Administración Pública Nacional y Departamental	0.644%	0.702%	0.354%	0.359%
Transporte	0.300%	0.323%	0.240%	0.334%
Fabricación de otros productos químicos	0.294%	0.208%	0.404%	0.262%
Fabricación de Productos alimenticios	0.302%	0.144%	0.567%	0.115%
Servicios inmobiliarios y alquiler de vivienda	0.343%	0.609%	0.028%	0.144%
Industrias y bebidas	0.146%	0.105%	0.075%	0.619%
Servicio de correo y telecomunicaciones	0.162%	0.215%	0.050%	0.392%
Fabricación de material de transporte	0.136%	0.063%	0.208%	0.285%
Agropecuaria	0.114%	0.021%	0.484%	0.025%
Servicios de Hotelaria y Restaurantes	0.149%	0.126%	0.129%	0.163%
Construcción de edificios	0.177%	0.147%	0.151%	0.092%
Servicios de enseñanza de mercado	0.171%	0.280%	0.035%	0.041%
Fabricación de prendas de vestir, exp calzado	0.104%	0.039%	0.179%	0.166%
Refinerías de petróleo	0.052%	0.000%	0.212%	0.214%
Fabricación de textiles	0.120%	0.100%	0.099%	0.150%
Trabajos y obras de ingeniería civil	0.132%	0.116%	0.115%	0.077%
Fabricación de maquinaria, aparatos, accesorios y sumin. eléctricos	0.069%	0.029%	0.165%	0.137%
Servicio de intermediación financiera	0.117%	0.149%	0.048%	0.083%
Imprentas, editoriales e industrias conexas	0.104%	0.094%	0.094%	0.082%
Fabricación de Maquinaria Excepto la Eléctrica	0.060%	0.029%	0.120%	0.142%
Servicios sociales y de Salud de Mercado	0.111%	0.161%	0.025%	0.048%
Fabricación de productos plásticos N.E.P.	0.068%	0.053%	0.067%	0.101%
Serv. de Administración Pública Distrital	0.089%	0.077%	0.051%	0.053%
Servicios de Electricidad y Gas de Ciudad	0.063%	0.045%	0.102%	0.017%
Elaboración de productos alimenticios diversos	0.058%	0.035%	0.092%	0.029%
Fabricación de productos metálicos excepto maquinaria y equipo	0.040%	0.024%	0.078%	0.045%
Servicios de enseñanza de no mercado Distrital	0.061%	0.093%	0.014%	0.014%
Servicios a las empresas, excepto servicios financieros e inmobiliarios	0.048%	0.069%	0.018%	0.041%
Fabricación de papel y productos de papel	0.024%	0.007%	0.085%	0.035%
Otras Industrias manufactureras	0.030%	0.025%	0.039%	0.043%
Industria del tabaco	0.016%	0.000%	0.055%	0.061%
Servicios de asociaciones, esparcimiento de mercado	0.037%	0.051%	0.011%	0.030%
Fabricación de productos diversos derivados del petróleo	0.025%	0.012%	0.054%	0.039%
Fabricación de calzado, exp de caucho	0.023%	0.006%	0.063%	0.020%
Fabricación de muebles y accesorios excepto metálicos	0.025%	0.012%	0.057%	0.015%
Fabricación de productos de caucho	0.018%	0.006%	0.051%	0.024%
Servicios domésticos	0.026%	0.053%	0.000%	0.000%
Agua	0.021%	0.025%	0.018%	0.008%
Fabricación de sustancias químicas industriales	0.012%	0.003%	0.044%	0.010%
Saneamiento	0.020%	0.025%	0.007%	0.011%
Industria del cuero y productos de cuero	0.015%	0.008%	0.025%	0.015%
Servicios sociales y de salud de no mercado distrital	0.020%	0.029%	0.006%	0.004%
Fabricación de equipo profesional y científico	0.010%	0.008%	0.013%	0.014%
Industria básica de hierro y acero	0.007%	0.002%	0.024%	0.007%
Fabricación de otros productos minerales no metálicos	0.008%	0.004%	0.017%	0.008%
Servicios de asociaciones, esparcimiento de no mercado Distrital	0.011%	0.008%	0.007%	0.006%
Fabricación de vidrio y productos de vidrio	0.003%	0.001%	0.011%	0.002%
Industria de madera y productos de madera	0.002%	0.001%	0.007%	0.001%
Minería	0.002%	0.001%	0.007%	0.000%
Fabricación de objetos de barro, loza y porcelana	0.002%	0.001%	0.006%	0.001%
Industria básica de metales no ferrosos	0.001%	0.000%	0.005%	0.001%
Mínimo	0.001%	0.000%	0.000%	0.000%
Máximo	0.983%	0.883%	1.276%	1.259%
Promedio	0.107%	0.101%	0.117%	0.112%
D.S	0.169%	0.176%	0.204%	0.204%

Fuente: SHD(2003): MIP de Bogotá, D.C. Cálculos: DAFD,SEQ,DU,CS

5. Lineamientos de Política

1. En la caracterización del mercado laboral resulta evidente que el crecimiento de la TGP se aceleró desde finales de 1998. Una forma de quitarle presión descendente al salario real es mantener el grupo que salió a buscar trabajo, en sus actividades tradicionales. En efecto, es indispensable mantener a los jóvenes y las mujeres en las escuelas secundarias, centros de capacitación, de formación técnica y universidades. Con esto se logra no solo reducir la tasa de desempleo, también presionar el salario real al alza y, quizás el mejor de todos los logros, incrementar las habilidades de la futura fuerza laboral. Aquí se requiere articular los esfuerzos de todos los organismos e instituciones de los niveles nacional, regional y local para orientar la capacitación hacia el trabajo y las ingenierías.

2. La recuperación del ingreso familiar se puede lograr en el corto y largo plazo. En el primer caso se puede actuar en la línea de la recomendación anterior. Una segunda forma es reducir la presión sobre el ingreso familiar a través de la composición del gasto. Como se señaló, se puede incrementar el ingreso familiar en 4% interviniendo los sectores:

Vivienda: la Administración cuenta con los instrumentos de la ley 388/97 y el POT,

Consumo Básico: Los productos de consumo dentro de los cuales están los agropecuarios, el Plan Maestro de Abastecimiento, los programas de Agricultura Urbana y Periurbana y los sistemas de cultivos permanentes así como los convenios de la ciudad región.

El **Transporte Público:**, se pueden alcanzar acuerdo con los transportadores para definir tarifas de estudiantes reducidas. De otra parte ser principio del ordenamiento urbano la localización de los colegios en entornos vecinales para evitar largos desplazamientos. Adicional es prioritario revisar el ordenamiento del transporte para evitar pagar varios pasajes.

En **Educación** se puede actuar sobre los costos asociados como son los útiles, el vestuario y los alimentos. En todos casos se pueden crear asociaciones como CORINCA para reducir en el 50% estos gastos. Los comedores permitirán mantener a los estudiantes en las escuelas, este aspecto debe estar vinculado con el Plan maestro de abastecimiento.

Finalmente, es indispensable racionalizar el sistema tarifario de **Servicios Públicos**.

En estos sectores se puede reducir en 4% el gasto de los hogares, lo que genera un incremento que se desviara al ahorro, el cual *tiende* a ser asignado a la compra de vivienda.

El sector de la construcción bien podría convertirse en el tradicional motor de la reactivación, por cuanto si se mantiene su recuperación en los sectores de ingresos altos en el corto plazo, en el largo plazo se sostiene la actividad con los incrementos de ingresos en sectores de ingresos bajos, pero lo importante es reducir el impacto del precio del suelo sobre el valor de la vivienda. Por lo menos en sectores de estratos bajos e indispensable utilizar la recuperación de plusvalías, la declaratoria de interés social de los predios urbanos y la expropiación por vía administrativa. Si no es con la emergencia social que podemos utilizar este instrumento ¿en que otro escenario podríamos?.

3. Es necesario crear una agenda de temas de discusión con el gobierno nacional. En principio se propone la política tributaria, la configuración regional nacional, las negociaciones de tratados comerciales. Aquí se estaría negociando con el gobierno nacional el impacto sobre los sectores que pagan las reformas tributarias o los movimientos poblacionales entre otros. De otra parte se exige la definición de una cancillería local que permita la integración de bloques subregionales que creen frentes frente al TLC, por ejemplo.

4. Frente al problema de la informalidad, la administración debe actuar de manera urgente en un proceso de aglomeración de estos pequeños capitales con un espíritu asociativo para aprovechar los sectores en donde estos capitales serían más productivos. Uno de estos sectores son las exportaciones, si se trabaja con ejemplos como el de CORINCA para promover la asociatividad de pequeños empresarios con espíritu exportador estamos ganando ingresos y generando empleos. Prohibir la creación de empresas de subsistencia, por lo menos deberían tener contabilidad y pagar los salarios de ley, esto no impiden que se asocien varios capitales pequeños.

5. La Administración Distrital debe entrar en una etapa de revisión de los acuerdos con el sector privado sobre el principio de la responsabilidad social empresarial. La productividad es

una responsabilidad de los empresarios, la salud de las empresas no es solo un problema asociado a la propiedad privada debe ser una exigencia de la sociedad. El mercado debe ser considerado un bien público y como tal tanto oferentes como demandantes tiene responsabilidades. La ciudad no se puede volver a dar el lujo de perder seis años en su desarrollo.

6. La sustitución de importaciones en sectores de alto componente importado internacional. No se pretende acabar con las fuentes de empleo de las regiones nacionales proveedoras de insumos, solo promover sectores locales que provean los insumos que puede ser sustituidos. Tal es el caso de ECOPETROL, en los químicos exportamos pero también importamos una gran cantidad de insumos. De otra parte se puede orientar una parte de la economía bogotana a producir los insumos que importan otras regiones del país.

7. El señor Alcalde no se debe comprometer en el tema del empleo con cifras superiores a las que señalan los modelos que se alcanzarían. En efecto, lo máximo que podría alcanzarse si la economía crece al 5% son 152 mil plazas de trabajo. Lo importante de esta cifra es que se exige el concurso de todos los sectores porque solo con un incremento del 5% en el gasto público se alcanzarían 42560 empleos; este es un esfuerzo significativo porque se requerirían aproximadamente cerca de 1.6 billones de pesos adicionales en los próximos cuatro años. Obviamente el gasto público debe realizarse en los sectores de mayor efecto multiplicador.

8. Es inevitable señalar que la toma de decisiones, respecto de donde realizar las inversiones, llevan implícita una apuesta de corto y largo plazo. Ante la emergencia social es imperativo sobrevivir pero esta subsistencia debe ser garantizada o sostenible en el largo plazo. La administración local debe promover desde ya el cambio de la base productiva hacia sectores que nos asegure en el largo plazo la existencia como sociedad y como país. En este sentido una parte de las inversiones debe ser asignada a estos sectores que hoy pueden ser embrionarios pero que en el futuro serán los motores del desarrollo. Tal es el caso de la biotecnología y la bioelectrónica entre otros.

9. Desde la perspectiva de la MIP, los sectores que mayor contribución realizan a la actividad económica son la fabricación de productos alimenticios, la construcción de edificios, fabricación de material de transporte, la fabricación de textiles y los servicios de electricidad y

gas de ciudad. Nótese que aparecen sectores asociados con un fuerte componente del gasto de las familias, dentro del cual la administración local puede tener ingerencia. La construcción, los alimentos, el transporte los servicios públicos.

10. Los sectores de mayor contribución en valor agregado, que pueden asociarse con alto empleo. De acuerdo con la MIP, son los servicios de la Administración Pública Departamental y Nacional, intermediación financiera, servicios inmobiliarios, el transporte, la fabricación de otros productos químicos, servicios a las empresas, servicios de correo y telecomunicaciones, servicios de enseñanza de mercado, industrias de bebidas, servicios de hotelería y restaurantes e imprentas, editoriales e industrias conexas. Debe ser encontrada la forma de incrementar su demanda. En todos los ejercicios el sistema financiero se presenta como un importante dinamizador. Definitivamente es necesario que este sector irrigue de recursos tanto la oferta como la demanda; este es otro de los temas que debería ser incluido en la agenda con la nación.

11. De acuerdo con los niveles de encadenamiento hacia atrás y hacia delante son sectores estratégicos que agregan en producción y empleo: *comercio y servicios de reparación, intermediación financiera, transporte, fabricación de otros productos químicos, fabricación de textiles, fabricación productos alimenticios, fabricación de material de transporte, fabricación de productos plásticos NEP, servicios de electricidad y gas de ciudad y fabricación de otros productos minerales no metálicos*. Las acciones del gobierno local deben ser orientadas al impulso de estas actividades: Si su demanda crece en 5% (en forma simultánea) se podría tener contar con un aumento del 1.52% en la producción que requeriría un incremento del 1.3% en las compras de servicios de trabajo.

Apéndice 1. Contabilidad Económica: Básicos

El marco metodológico se define a partir de la siguiente proposición contable que dice que el beneficio o ganancia, Π_j es igual a la diferencia entre en valor bruto de la producción, VBP_j y los costos C_j :

$$\Pi_j = VBP_j - \sum_k C_j \quad (1)$$

Para el caso presente, los k elementos del vector C_j pueden ser identificados de la siguiente manera:

$$C_j = \sum_i \bar{X}_{ij} + \bar{W}_j + \bar{K}_j + EE_j + \bar{M}_j + T_j \quad (2)$$

El costo total en el que se incurre en desarrollo de la actividad productiva del sector j tiene por componentes el total de compras de mercancías a otros sectores o *consumos intermedios*, $\sum_i \bar{X}_{ij}$, los salarios pagados \bar{W}_j , el consumo de capital \bar{K}_j , un excedente de explotación¹, EE_j el valor de los insumos importados \bar{M}_j y los impuestos pagados. El valor agregado será en consecuencia, la suma de los insumos reales, es decir, de los factores de producción efectivamente incluidos en el proceso productivo. La barra sobre las variables enfatiza el hecho de que en la MIP se encuentran *valores*, o sea, el resultado de multiplicar precios por cantidades. El balance contable en la MIP implica que el vector $\Pi_j = 0$ y que, del lado de la demanda de la economía,

$$VBP_j \equiv Demanda\ Total_j \quad (3)$$

con

$$Demanda\ Total_j = \sum_j X_{ij} + XP_i + CF_i + FIBK_j \quad (4)$$

es decir, la demanda total de la economía debe ser igual a la suma de las ventas de los bienes producidos por el sector i al sector j , $-X_{ij}$ — las exportaciones al resto del mundo y al resto del

¹ El Excedente Bruto de Explotación es el margen generado por las actividades de explotación tras recompensar el factor trabajo. Se calcula a partir del Valor Agregado a costo de los Factores menos la remuneración a asalariados. No incluye la renta y el gasto clasificados como financieros o extraordinarios en la contabilidad empresarial.

país, XP_i , el consumo final efectuado por los hogares y el gobierno, CF_i , y la formación de capital, $FIBK_j$.

Con estos parámetros una manera natural de comprender la demanda sectorial de fuerza de trabajo parte del análisis de la expresión (3) a la que se suprimirán los componentes no reales, es decir, aquellos componentes que no son compras efectivas de mercancías o *factores* sino que son, más bien, costos de tipo fiscal, o sea:

$$\bar{C}_j = \sum_i \bar{X}_{ij} + \bar{W}_j + \bar{K}_j + \bar{EE}_j + \bar{M}_j \quad (5)$$

siendo $\sum_i \bar{X}_{ij}$ las compras intermedias, $\bar{W}_j + \bar{K}_j + \bar{EE}_j$ el *valor agregado*, y \bar{M}_j el componente importado incorporado al *j-ésimo* sector productivo.

Apéndice 2. Encadenamientos Interindustriales á lá Rasmussen

Índice de Poder de Dispersión.— El IPD, describe la extensión relativa en la que un aumento de la demanda final por los productos de una industria dada se dispersa a través del sistema total de industrias:

$$\sum_i U_{ij} = \frac{\frac{1}{n} \sum_i B_{ij}}{\frac{1}{n^2} \sum_{ij} B_{ij}}$$

siendo n es el número de industrias y $\sum_i B_{ij}$ la suma de los elementos columna en la matriz inversa de Leontief, $B=(I-A)^{-1}$, y $\sum_{ij} B_{ij}$ es la suma sobre todos los elementos de B. El término,

$$\frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n^2} \sum_{ij} B_{ij}}$$

normaliza la medida de encadenamiento de manera tal que un encadenamiento mayor que 1 para una industria dada indica que esta industria afecta más que en el promedio al sistema total de industrias, es decir, la industria repartirá una relativamente gran parte del aumento en la demanda final por sus productos al sistema de industrias en general. De manera paralela una industria con un encadenamiento menor que 1, arroja menos que el promedio a la industria. Como el encadenamiento promedio es 1, la suma de los valores de encadenamiento es igual al número de industrias.

Índice de Sensibilidad a la Dispersión.— Rasmussen también presenta un indicador que describe la amplitud en que el sistema de industrias afecta a una industria determinada. El ISD es una medida de los encadenamientos *hacia delante* y expresa el aumento en la producción de la industria *i-ésima* atribuible a un aumento unitario en la demanda final por todos los bienes producidos en el sistema:

$$\sum_j U_{ij} = \frac{\frac{1}{n} \sum_j B_{ij}}{\frac{1}{n^2} \sum_{ij} B_{ij}}$$

$\sum_j B_{ij}$ es la suma de los elementos fila de la Inversa de Leontief y es interpretado como el aumento necesario en la producción de la industria i para satisfacer un aumento unitario de la demanda final por la producción de cada industria.

Apéndice 3. Acrónimos para los Sectores MIP

Nº	ACRONIMO	Sector
1	AGROPECS	Agropecuario
2	MINERIAS	Minería
3	SSELEGAS	Servicios de Electricidad y Gas de Ciudad
4	SSAGUASS	Agua
5	FABALIMS	Fabricación de Productos alimenticios
6	ELALIMDS	Elaboración de Productos Alimenticios Diversos
7	INDBEBID	Industrias de Bebidas
8	INDTABAC	Industria del Tabaco
9	FABRTEXT	Fabricación de Textiles
10	FABVESNC	Fabricación de Prendas de Vestir, Excepto Calzado
11	INDCUERO	Industria del Cuero y Productos de Cuero
12	CALZNOCR	Fabricación de Calzado, Excepto de Caucho
13	INDMADER	Industria de Madera y Productos de Madera
14	FBMUEBNC	Fabricación de Muebles y Accesorios Excepto Metálicos
15	FBPAPELS	Fabricación de Papel y Productos de Papel
16	IMPREDIT	Imprentas, Editoriales e Industrias Conexas
17	FBQUIMCS	Fabricación de Sustancias Químicas Industriales
18	FBOTRQIM	Fabricación de otros Productos Químicos
19	REFPETRL	Refinerías de Petróleo
20	FBDERPET	Fabricación de Productos Diversos Derivados del Petróleo
21	FBPRDCAU	Fabricación de Productos de Caucho
22	FNPLSNP	Fabricación de Productos Plásticos N.E.P.
23	FBBRLOZA	Fabricación de Objetos de Barro, Loza y Porcelana
24	FBVIDRIO	Fabricación de Vidrio y Productos de Vidrio
25	FBMINNMT	Fabricación de Otros Productos Minerales no Metálicos
26	INDBSFEA	Industria Básica de Hierro y Acero
27	INDBMNFE	Industria Básica de Metales no Ferrosos
28	FBMETNEQ	Fabricación de Productos Metálicos Excepto Maquinaria y Equipo
29	FBMACNEL	Fabricación de Maquinaria Excepto la Eléctrica
30	FBMAQELE	Fabricación de Maquinaria, Aparatos, Accesorios y Sumin. Eléctricos
31	FBMTRNSP	Fabricación de Material de Transporte
32	FBEQCEN	Fabricación de Equipo Profesional y Científico
33	OTRINDMN	Otras Industrias Manufactureras
34	CNSTREDI	Construcción de Edificios
35	INGCIVIL	Trabajos y Obras de Ingeniería Civil
36	COMSSREP	Comercio y Servicios de Reparación
37	SSHOTRES	Servicios de Hotelaría y Restaurantes
38	TRANSPORT	Transporte
39	SSCORTEL	Servicio de Correo y Telecomunicaciones
40	SSINTFIN	Servicio de Intermediación Financiera
41	SSINMVIV	Servicios Inmobiliarios y Alquiler de Vivienda
42	SSEMPNFI	Servicios a Empresas, Excepto Servicios Financieros e Inmobiliarios
43	SSADMNPB	Servicios de Administración Pública Distrital
44	SSENSNME	Servicios de Enseñanza de no Mercado Distrital
45	SSCSLNM	Servicios Sociales y de Salud de no Mercado Distrital
46	SSLUDENM	Servicios de Asociaciones, Esparcimiento de no Mercado Distrital
47	SSGOVNAD	Servicios de Administración Pública Nacional y Departamental
48	SSEDUMKT	Servicios de Enseñanza de Mercado
49	SSSOCMKT	Servicios Sociales y de Salud de Mercado
50	SSLUDMKT	Servicios de Asociaciones, Esparcimiento de Mercado
51	SSANITAT	Saneamiento
52	SSDOMEST	Servicios domésticos

Anexo 4. El Modelo de Insumo Producto como un CGE

A partir de la MIP de Bogotá se quiere describir el lado de la producción de una economía con comercio internacional e impuestos. La Economía consta de n productores, cada uno de los cuales produce un único bien (o tipo de bien) que puede ser utilizado, tanto como bien intermedio por las $n-1$ industrias o bien, absorbido por la demanda final. Además, el productor utiliza insumos importados y paga impuestos directos e indirectos. La suma de los consumos intermedios y del valor agregado conforma el valor bruto de la producción. Los elementos de vector deben ser los mismos del vector resultante de sumar las ventas intermedias con la demanda final. El supuesto tecnológico es que todos los insumos se utilizan en proporciones fijas; la demanda final es exógena². Se tienen tres bloques: uno de demandas (o requerimientos), uno de ofertas (o disponibilidades) y uno de precios, que especifica el cierre macroeconómico. El bloque de demandas puede representarse así:

$$[1] \quad X_{ij} = A_{ij} X_j \quad \forall i, j = 1, 2, \Lambda, n$$

$$[2] \quad F_{ij} = L_{ij} X_j \quad \forall k = 1, 2, \Lambda, m$$

$$[3] \quad M_{ej} = I_{ej} X_j \quad \forall e = 1, 2, \Lambda, p$$

$$[4] \quad G_{ij} = T_{ij} X_j \quad \forall t = 1, 2, \Lambda, q$$

Las matrices X, F, M y G son, respectivamente, las cantidades de insumos intermedios, de factores, de insumos importados y de impuestos; y las matrices A, L, I e T son coeficientes técnicos que muestran las cantidades de insumo intermedio i, de factor primario k, de importación y e de impuestos t requeridas (pagadas) por unidad de producción en la industria j. El bloque de ofertas/disponibilidades es el siguiente:

$$[5] \quad X_i = \sum_{j=1}^n X_{ij} + Y_i \quad \forall i = 1, 2, \Lambda, n$$

$$[6] \quad F_k = \sum_{j=1}^n F_{kj} \quad \forall k = 1, 2, \Lambda, m$$

$$[7] \quad M_e = \sum_{j=1}^n M_{ej} \quad \forall e = 1, 2, \Lambda, p$$

$$[8] \quad G_t = \sum_{j=1}^n G_{tj} \quad \forall t = 1, 2, \Lambda, q$$

² Véanse, entre otros: Dixon, Parmenter and Powell (1992), Shoven and Whalley (1985, 1992) y Hansen and Heckman (1996).

Y_i es la demanda final por el bien i ; F_k , M_e , G_t son las ofertas, o empleo/utilización total del factor primario k , de la importación e y del impuesto t . Defínase un equilibrio general como un vector $[x^*, p^*]$ tal que satisface la ley de Walras. Para esto, es preciso obtener una expresión de precios que, dadas las asignaciones x^* , logre el vaciado de los mercados. En el estilo del modelaje moderno de equilibrio general, es posible derivar el modelo de insumo-producto [1]-[8] asumiendo que los productores de la j -ésima industria son tomadores de precios y escogen insumos, factores, insumos importados y pagos de impuestos a fin de minimizar sus costos de producción C_j :

$$[9] \quad C_j = \sum_{i=1}^n P_i X_{ij} + \sum_{k=1}^m W_k F_{kj} + \sum_{e=1}^p \Theta_e M_{ej} + \sum_{t=1}^q \Phi_t G_{tj} \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, n$$

sujeta a una función de producción de coeficientes fijos:

$$[10] \quad X_j = \min \left\{ \frac{X_{1j}}{A_{1j}}, \Lambda, \frac{X_{nj}}{A_{nj}}, \frac{F_{1j}}{L_{1j}}, \Lambda, \frac{F_{mj}}{L_{mj}}, \frac{M_{1j}}{I_{1j}}, \Lambda, \frac{M_{ej}}{I_{ej}}, \frac{G_{1j}}{T_{1j}}, \Lambda, \frac{G_{tj}}{T_{tj}} \right\}$$

La competencia no permite que los productores obtengan beneficios puros, es decir, [9] es alternativamente,

$$[11] \quad C_j = \sum_{i=1}^n P_i X_{ij} + \sum_{k=1}^m W_k F_{kj} + \sum_{e=1}^p \Theta_e M_{ej} + \sum_{t=1}^q \Phi_t G_{tj} = P_j X_j$$

La relación entre el producto y los precios de los insumos se obtiene fácilmente sustituyendo las expresiones [1] a [4] para eliminar las demandas del lado derecho de la ecuación [11], esto es:

$$[11'] \quad C_j = \sum_{i=1}^n P_i A_{ij} X_j + \sum_{k=1}^m W_k L_{kj} X_j + \sum_{e=1}^p \Theta_e I_{ej} X_j + \sum_{t=1}^q \Phi_t T_{tj} X_j = P_j X_j$$

y, dividiendo por X_j da, finalmente, la ecuación de precios requerida:

$$[12] \quad \sum_{i=1}^n P_i A_{ij} + \sum_{k=1}^m W_k L_{kj} + \sum_{e=1}^p \Theta_e I_{ej} + \sum_{t=1}^q \Phi_t T_{tj} = P_j$$

El modelo entonces, está conformado por los bloques de ecuaciones [1] a [8] y [12] y se precisa resolver $n^2 + 2n + (n+1)(m+p+q)$ ecuaciones sobre $n^2 + 3n + (n+2)(m+p+q)$ incógnitas. Comparando el número de ecuaciones con el de variables se observa que se deben escoger $(n + m + p + q)$ variables exógenas; éstas, a la luz del problema que se quiere resolver son los n elementos del vector \mathbf{Y} de demandas finales, los m elementos del vector \mathbf{W} de precios de factores, los p elementos del vector $\mathbf{\Theta}$ de precios de las importaciones y los q elementos del vector $\mathbf{\Phi}$ de tasas implícitas de impuestos.

El método de solución implica eliminar las demandas [1]-[4] sustituyéndolas en [5]-[8] obteniendo:

$$[13] \quad X_i = \sum_{j=1}^n A_{ij} X_j + Y_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, n$$

$$[14] \quad F_k = \sum_{j=1}^n L_{kj} X_j \quad \forall k = 1, 2, \dots, m$$

$$[15] \quad M_e = \sum_{j=1}^n I_{ej} X_j \quad \forall e = 1, 2, \dots, p$$

$$[16] \quad G_t = \sum_{j=1}^n T_{tj} X_j \quad \forall t = 1, 2, \dots, q$$

que reducen las dimensiones del modelo a $(2n + m + p + q)$ ecuaciones. En términos matriciales, el sistema queda:

$$[17] \quad \mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{Y}$$

$$[18] \quad \mathbf{F} = \mathbf{L}\mathbf{X}$$

$$[19] \quad \mathbf{M} = \mathbf{I}\mathbf{X}$$

$$[20] \quad \mathbf{G} = \mathbf{T}\mathbf{X}$$

$$[21] \quad \mathbf{P} = \mathbf{P}'\mathbf{A} + \mathbf{W}'\mathbf{L} + \mathbf{\Theta}'\mathbf{I} + \mathbf{\Phi}'\mathbf{T}$$

De la ecuación [18], el vector de ofertas de bienes es

$$[22] \quad \mathbf{X} = (\mathbf{I}_n - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{Y}$$

y los niveles de empleo se calculan sustituyendo [21] en [18]-[20] de forma que,

$$[23] \quad \mathbf{F} = \mathbf{L}(\mathbf{I}_n - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{Y}$$

$$[24] \quad \mathbf{M} = \mathbf{I}(\mathbf{I}_n - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{Y}$$

$$[25] \quad \mathbf{G} = \mathbf{T}(\mathbf{I}_n - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{Y}$$

Finalmente, de la ecuación [21], la solución para el vector de precios es

$$[26] \quad P = W'L(I_n - A)^{-1} + \Theta'I(I_n - A)^{-1} + \Phi'T(I_n - A)^{-1}$$

Como conclusión, el modelo reducido a las ecuaciones [22]-[26] resuelve en forma eficiente³ el problema de minimizar [9] s.a. [10] y proporciona los requerimientos de recursos para satisfacer cambios en los elementos de la demanda final.

Referencias

SHD (2002): Matriz de Insumo Producto de Bogotá. Bogotá, D.C.: Secretaría de Hacienda Distrital.

³ se puede demostrar que dicho problema adopta la forma típica de un programa mixto de complementariedad, MCP. Véase Mathiesen (1985)