

Cuadernos de Desarrollo Económico

2

Construcción de una Matriz de Contabilidad Social de Bogotá 2006 y estimación de parámetros



ALCALDÍA MAYOR
DE BOGOTÁ D.C.



CUADERNOS DE DESARROLLO ECONÓMICO

CUADERNO No. 2

CONSTRUCCIÓN DE UNA MATRIZ DE CONTABILIDAD SOCIAL DE BOGOTÁ D.C. 2006 Y ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS DE FORMAS FUNCIONALES FLEXIBLES

SECRETARÍA DISTRITAL DE DESARROLLO ECONÓMICO

**DIRECCIÓN DE ESTUDIOS
SOCIOECONÓMICOS Y REGULATORIOS**

SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS ESTRATÉGICOS

**Bogotá D.C.
Abril de 2010**

Secretaría de Desarrollo Económico

Alcaldía Mayor de Bogotá

Samuel Moreno Rojas

Alcalde Mayor de Bogotá

Mariella Barragán Beltrán

Secretaria de Desarrollo Económico

Nubia Elsy Martínez Castañeda

Subsecretaria de Desarrollo Económico

Hugo Muñoz Berrío

Director de Estudios Socioeconómicos y Regulatorios

Alfredo Bateman

Subdirector de Estudios Estratégicos

Raúl Castro Murillo

Subdirector de Evaluación y Seguimiento

Nubia Angarita

Subdirectora Regulación e Incentivos

Rodrigo Barrera Barinas

Asesor de Comunicaciones

Autores

(Universidad de los Andes)

Raúl Castro R.

Juan Benavidez

Ángela Cadena

Katia Galera G.

Josefina González

Lina Escobar

Diseño

Nicolay Villamarín Orduña

Revisión de Textos

Daniel Jaime Aulí

Impresión

Subdirección Imprenta Distrital DDDI

Puede encontrar información adicional de este cuaderno en la pagina web

www.desarrolloeconomico.gov.co - publicaciones - Cuadernos de desarrollo economico

La Serie de Borradores de Desarrollo Económico es una publicación de la Secretaría de Desarrollo Económico de la Alcaldía Mayor de Bogotá. Los trabajos de la Serie son borradores de carácter provisional; las opiniones y errores son responsabilidad exclusiva de los autores y no comprometen a la Secretaría de Desarrollo Económico ni a la Alcaldía Mayor de Bogotá. Todo el material está protegido por derechos de autor; su uso está permitido libremente siempre y cuando se realice la debida cita bibliográfica.

PRÓLOGO

En este segundo número de la Serie Cuadernos de Desarrollo Económico, la Secretaría de Desarrollo Económico presenta el producto de un estudio elaborado por la Universidad de los Andes cuyo objeto fue la “construcción de una matriz de contabilidad social de Bogotá D.C. 2006 y estimación de parámetros de formas funcionales flexibles”.

La matriz de contabilidad social constituye una herramienta de utilidad para la toma de decisiones del Distrito, dado que representa un modelo contable de las relaciones de producción, distribución, consumo y acumulación de activos (entre otros problemas económicos privados y públicos) que es posible verificar entre los distintos tipos de agentes económicos de la ciudad.

Con este estudio, la Secretaría de Desarrollo Económico da un paso adelante en la realización de estudios que le permiten conocer de manera aproximada las relaciones económicas que se efectúan entre los distintos agentes económicos y sociales, la actualización de la información estadística de la ciudad a partir de la disponibilidad de datos más recientes y en consecuencia la actualización del año base de la información que se viene utilizando en la explotación de modelos de equilibrio general para la ciudad. Se constituye además en una oportunidad de dimensionar la “responsabilidad social” en la inversión pública y privada articulados colectivamente en el logro de una ciudad de derechos.

Consideramos que este es un importante aporte para la comprensión de las relaciones económicas en la ciudad y un insumo para muchas otras futuras investigaciones, por lo que la ponemos a disposición de la institucionalidad Distrital, de la comunidad académica, de los centros de investigación, las universidades, redes sociales y la comunidad en general.

Mariella Barragán Beltrán
Secretaria de Despacho

Contenido

INTRODUCCIÓN	3
CAPÍTULO 1	
MATRIZ DE CONTABILIDAD SOCIAL	5
1. La Matriz de Contabilidad Social (SAM)	5
2. Criterios generales para la construcción de la SAM Distrital 2006	5
3. Estructura general propuesta SAM Distrito	7
3.1. Bloque de actividades y bienes	7
3.2. Bloque de factores productivos	11
3.3. Bloque de instituciones	11
3.4. Bloque resto del mundo	12
4. Metodología de construcción de la Matriz I-P	13
4.1. Homologación de las fuentes de información	13
4.2. Matriz utilización	14
4.2.1. Cuadrante de consumos intermedios	14
4.2.2. Cuadrante de demanda final	15
4.2.2.1. Exportaciones	16
4.2.2.2. Consumo final	17
4.2.2.3. Formación bruta de capital	18
4.2.2.4. Cuadrante generación del ingreso-Valor Agregado	19
4.3. Matriz de oferta	21
4.3.1. Cuadrante de producción doméstica del producto <i>i</i> (a precios básicos)	21
4.3.1.1. Producción bruta (doméstica)	21
4.3.1.2. Impuestos y derechos a las importaciones	22
4.3.1.3. Impuestos a los productos excepto impuestos a las importaciones e IVA no deducible	22
4.3.1.4. IVA no deducible	23
4.3.1.5. Márgenes de comercio y transporte	23
4.3.2. Cuadrante de importaciones del producto <i>i</i> desde el resto del mundo	23
4.3.2.1. Importación de bienes desde el resto del mundo	23
4.3.2.2. Importación de servicios desde el resto del mundo	24
4.3.3. Cuadrante de importaciones del producto <i>i</i> desde el resto del país a precios corrientes	24
4.3.3.1. Importación de bienes desde el resto del país	24
4.3.3.2. Importación de servicios desde el resto del país	25
4.3.4. Cuadrante de ajuste CIF/FOB de las importaciones	25
5. Cuentas entre instituciones (equilibrio económico general)	27
5.1. Cálculo de la matriz de equilibrio económico general	28
6. Balanceo de la matriz	33
6.1. Balanceo manual	33
6.2. Entropía mixta	34

7. Resultados de la construcción de las matrices <i>MU</i> , <i>MO</i> y <i>MIP</i>	34
8. Matriz de multiplicadores de la SAM para Bogotá	35
8.1. Metodología de cálculo de los multiplicadores de la SAM de Bogotá	35
8.2. Descomposición de la matriz de multiplicadores	38
8.3. Matriz de multiplicadores	41
8.4. <i>Análisis e interpretación de los resultados</i>	41
8.4.1. <i>Efecto absorción</i>	42
8.4.2. <i>Efecto difusión</i>	43
8.5. Limitaciones del análisis con los multiplicadores de la SAM	44
8.6. Conclusiones y recomendaciones en el uso de los multiplicadores	45
CAPÍTULO 2	
ESTIMACIÓN EXPLORATORIA MEDIANTE MÉTODOS DE MÁXIMA ENTROPÍA (ME)	47
1. Aspectos conceptuales y metodológicos del método de Máxima Entropía (ME)	47
1.1. Descripción del problema de estimación lineal en términos de ME	49
1.1.1. <i>Reparametrización del vector β</i>	49
1.1.2. <i>Reparametrización del vector e</i>	50
2. Planteamiento del problema de Máxima Entropía Generalizada (GME)	51
3. Las elasticidades de un modelo de equilibrio general computable	52
3.1. Elasticidad de sustitución entre trabajo y capital (CES)	52
3.2. Elasticidad de transformación constante (CET)	55
3.3. Elasticidad de sustitución Armington	57
3.4. Sistemas Lineales de Gasto	59
4. Fuentes de información para la estimación de las elasticidades CES, CET y Armington y parámetros LES	60
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	63
BIBLIOGRAFÍA	65

CONSTRUCCIÓN DE UNA MATRIZ DE CONTABILIDAD SOCIAL DE BOGOTÁ D.C. 2006 Y ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS DE FORMAS FUNCIONALES FLEXIBLES

INTRODUCCIÓN

En el presente documento se presenta la construcción de la Matriz de Contabilidad Social (SAM) para Bogotá D.C., a partir de valores consistentes con la realidad económica del Distrito y con la realidad económica Nacional. De la misma manera, se realiza la estimación exploratoria de los parámetros para la forma funcional de oferta total al mercado doméstico bajo el supuesto Armington, las elasticidades CES (Constant Elasticity of Substitution) y CET (Constant Elasticity of Transformation), así como los parámetros de los sistemas lineales de gasto de los hogares (LES), utilizando la metodología de Máxima Entropía (ME).

En el contexto de la política pública distrital, la estimación de las elasticidades y los parámetros de formas funcionales flexibles es útil para el desarrollo de modelos de equilibrio general computable y los posteriores análisis que de ellos puedan derivarse.

El presente documento se presenta en dos capítulos, el primero centra su estudio en la metodología de estimación y aspectos notables de la información relevante para la construcción de la matriz de contabilidad social 2006, así como las matrices base para la contabilidad distrital (matriz utilización, oferta, insumo-producto y la matriz de equilibrio económico general y la construcción de los multiplicadores a partir de la SAM. El segundo centra su estudio, por su parte, en la estimación exploratoria de parámetros por máxima entropía (ME) de las elasticidades Armington, CES, CET y de los parámetros LES.

CAPÍTULO 1

MATRIZ DE CONTABILIDAD SOCIAL

1. La Matriz de Contabilidad Social (SAM)

Una matriz de contabilidad social (SAM) es una representación y organización de información de las relaciones económicas entre agentes de una economía en un momento del tiempo. Las interrelaciones hacen referencia a la producción sectorial y costos respectivos, generación y distribución del ingreso, sector externo, el consumo de bienes y servicios, el ahorro y la inversión, entre otros. La SAM proporciona bases estadísticas para la creación y estimación de modelos económicos relevantes en los análisis de política pública, como, por ejemplo, simular los efectos de la introducción de ciertas medidas de política económica sobre la realidad económica Distrital.

Las fuentes de datos para la construcción de una SAM incluyen las matrices de insumo-producto de un país o región, las cuentas nacionales, departamentales o distritales, encuestas de ingresos y gastos, manufacturera, estadísticas de comercio, balanza de pagos, información tributaria y estadísticas acerca de los ingresos y los gastos de los hogares, entre otros.

Técnicamente, la SAM es una matriz cuadrada en la cual los ingresos se registran en las filas y los egresos en las columnas, con la característica de para cada fila i y columna j la suma de sus elementos es igual.

2. Criterios generales para la construcción de la SAM Distrital 2006

Dentro de los criterios básicos sobre los cuales se construyó la Matriz de Contabilidad Social del Distrito 2006 se encuentran aquellos que permiten determinar tanto la metodología de valoración de las cuentas económicas distritales, como la metodología general de construcción de la SAM, a saber:

A lo largo del proceso de construcción de la SAM (2006), se acordó que la matriz sería valorada a precios del consumidor, entre otros porque el valor

del consumo intermedio y del valor agregado deben reflejar los costos de producción de la rama i a través de todos los productos j (lo que consume la rama i de cada producto j), lo cual exige valorar tales costos de producción a precios finales¹. Adicionalmente, se determinó que se tomarían los precios del consumidor de acuerdo a la metodología utilizada por el DNP, con el fin de hacer comparables los resultados de las diferentes matrices, entre el nivel nacional y local².

La necesidad de homologar la estructura de la SAM Distrital 2006 a la SAM Nacional (la unidad de análisis de referencia fueron las Cuentas Nacionales, la SAM de la Nación y las cuentas distritales), por un lado para poder contar con un referente a nivel nacional que limite los valores que puede tomar cada una de las cuentas que componen la SAM (teniendo en cuenta que Bogotá representa un subconjunto de Colombia) y, por otro lado, en el balanceo de la matriz, dado que la SAM Distrital se balanceó con el algoritmo utilizado por el Departamento Nacional de Planeación para el balanceo de la SAM Nacional.

Su elaboración se realizó teniendo en cuenta los lineamientos demarcados en la estructura metodológica con la cual se construye la SAM Nacional. El uso de las cuentas distritales de Bogotá 2005 y 2006, información de industria, servicios, encuesta de ingresos y gastos, y encuestas de calidad de vida, fueron insumos principales en la construcción de la SAM (2006).

También se resalta que en nuestro contexto existen básicamente dos métodos de construcción de la SAM a partir de la información disponible, una tomando como referencia la información de la SAM Nacional y realizar la consistencia con la provista por las cuentas distritales, la encuesta anual manufacturera referencia distrito, la encuesta de ingresos y gastos referencia distrito entre otros (enfoque arriba hacia abajo) y la otra tomando como referencia información de base y haciéndola consistente con la Nacional (enfoque abajo hacia arriba), en este caso y dada la consistencia de la información se siguió el primer enfoque.

¹ No obstante una matriz insumo producto se pueden valorar las transacciones a precios básicos, del productor y del usuario. El punto es ser consistente en el tratamiento en cada caso, Powers, T. (1981) El cálculo de RPC mediante matrices insumo producto, Pagina 80-84. BID.

² Ver el artículo "Elaboración de la Matriz de Contabilidad Social para Colombia (2003)", publicado en la Revista de economía Mundial No 21 de 2009 (págs. 135-168).

3. Estructura general propuesta SAM Distrito

La SAM para Bogotá 2006 comprende principalmente cuatro (4) bloques definidos a partir de las necesidades y requerimientos de la Secretaría de Desarrollo Económico (Figura 1):

- a. El bloque de actividades y bienes.
- b. El bloque de factores productivos.
- c. El bloque de instituciones.
- d. El bloque resto del mundo.

A continuación se explica con mayor detalle la estructura de la SAM Bogotá 2006.

3.1. Bloque de actividades y bienes

La desagregación de las cuentas del bloque de actividades productivas y bienes a 59 sectores. La clasificación de las cuentas corresponderá a la que tiene la matriz de contabilidad social nacional (DNP) y que concuerda con la discriminación del sistema de cuentas nacionales (DANE).

Cuadro1. Bloque de actividades y bienes

Sector económico	N°	Actividad
Productos agrícolas y mineros	1	Productos de café
	2	Otros productos agrícolas
	3	Animales vivos y productos animales
	4	Productos de silvicultura, extracción de madera y actividades conexas
	5	Productos de la pesca
	6	Carbón mineral
	7	Petróleo crudo, gas natural y minerales de uranio y torio
	8	Minerales metálicos
	9	Minerales no metálicos
Industria de alimentos y bebidas	10	Carnes y pescados
	11	Aceites y grasas animales y vegetales
	12	Productos lácteos
	13	Productos de molinería, almidones y sus productos
	14	Productos de café y trilla
	15	Azúcar y panela
	16	Cacao, chocolate y productos de confitería

Industria de alimentos y bebidas	17	Productos alimenticios n.c.p.
	18	Bebidas
	19	Productos de tabaco

Otra industria	20	Hilazas e hilos; tejidos de fibras textiles, incluso afelpados
	21	Artículos textiles, excepto prendas de vestir
	22	Tejidos de punto y ganchillo; prendas de vestir
	23	Curtido y preparado de cueros, productos de cuero y calzado
	24	Productos de madera, corcho, paja y materiales trenzables
	25	Productos de papel, cartón y sus productos
	26	Edición, impresión y artículos análogos
	27	Productos de la refinación del petróleo; combustible nuclear
	28	Sustancias y productos químicos
	29	Productos de caucho y de plástico
	30	Productos minerales no metálicos
	31	Productos metalúrgicos básicos (excepto maquinaria y equipo)
	32	Maquinaria y equipo
	33	Otra maquinaria y aparatos eléctricos
	34	Equipo de transporte
35	Muebles	
36	Otros bienes manufacturados n.c.p.	

Servicios	37	Desperdicios y desechos
	38	Energía eléctrica
	39	Gas domiciliario
	40	Agua
	41	Trabajos de construcción, construcción y reparación de edificaciones y servicios de arrendamiento de equipo con operario
	42	Trabajos de construcción, construcción de obras civiles y servicios de arrendamiento de equipo con operario
	43	Comercio
	44	Servicios de reparación de automotores, de artículos personales y domésticos
	45	Servicios de hotelería y restaurante
	46	Servicios de transporte terrestre
	47	Servicios de transporte por vía acuática
	48	Servicios de transporte por vía aérea
	49	Servicios complementarios y auxiliares al transporte
	50	Servicios de correos y telecomunicaciones
	51	Servicios de intermediación financiera, de seguros y servicios conexos

Servicios	52	Servicios inmobiliarios y de alquiler de vivienda
	53	Servicios a las empresas excepto servicios financieros e inmobiliarios
	54	Administración pública y defensa; dirección, administración y control del sistema de seguridad social
	55	Servicios de enseñanza
	56	Servicios sociales (asistencia social) y de salud
	57	Servicios de alcantarillado y eliminación de desperdicios, saneamiento y otros servicios de protección del medio ambiente
	58	Servicios de asociaciones y esparcimiento, culturales, deportivos y otros servicios
	59	Servicios domésticos

Fuente: DANE

Figura 1. Estructura de la Matriz de Contabilidad Social de Bogotá 2006

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
	Ramas de actividad 1.2...59	Productos 1.2...59	REM 1.2...59 Empleadores	MIX	EBE	IIN	AR	IIVA	IIP	SSP	SNF	SF	GOB 1.2.3	HH+ 1.2...5	ROW	IID	RPN	TRA	CCA	FBKF	VAR	
1	Ramas de actividad	Producción de las ramas de actividad																				
2	Productos	Consumo intermedio																			Formación bruta de capital fijo y	
3	Remuneración a asalariados (REM)	Remuneración a los factores - Valor agregado bruto																				
4	Ingreso mixto (MIX)																					
5	Excedente bruto de explotación (EBE)																					
6	Otros impuestos menos subvenciones sobre la producción																					
7	Impuestos y derechos a las importaciones (AR)																					
8	IVA no deducible (IVA)																					
9	Otros impuestos a los productos (IIP)	Impuestos netos a los productos																				
10	Subvenciones a los productos (SSP)																					
11	Sociedades no financieras (SNF)																					
12	Sociedades financieras (SF)																					
13	Gobierno (GOB)																					
14	Hogares (HH)																					
15	Resto del mundo (ROW)	Importaciones																				
16	Impuestos directos (IID)																					
17	Rentas de propiedad (RPN)																					
18	Otras transferencias corrientes (TRA)																					
19	Cuenta de capital (CCA)																					
20	Formación bruta de capital fijo (FBKF)																					
21	Variación de existencias (VAR)																					
Totales		Costo total de la producción																				
		Oferta total																				
		Costos de los factores																				
		Gastos tributarios																				
		Gastos de las empresas																				
		Gastos del gobierno																				
		Gastos de los hogares																				
		Gastos del resto del mundo																				
		Gastos agentes en impuestos directos																				
		Inversión																				
		Producción total																				
		Demanda total																				
		Ingresos de los factores																				
		Ingresos tributarios																				
		Ingresos de las empresas																				
		Ingresos del gobierno																				
		Ingresos de los hogares																				
		Ingresos del resto del mundo																				
		Ingresos del gobierno por impuestos directos																				
		Ahorro																				

Fuente: Elaboración propia a partir de DNP (2008)

3.2. Bloque de factores productivos

Las cuentas de los factores productivos que se presentan en la SAM 2006 tienen en cuenta tres (3) categorías de posición ocupacional: empleado, independiente y empleador. De igual forma se diferencian tres (3) niveles de logro educacional: educación primaria o ninguna, secundaria y superior (formación técnica profesional, tecnológica o universitaria). Finalmente se tiene en cuenta el grado de formalidad con que el factor trabajo participa en el mercado laboral. El cuadro 2 presenta el bloque de factores productivos.

Cuadro 2. Bloque de factores productivos

Empleados	Remuneración-empleado-ninguna o primaria-informal
	Remuneración-empleado-ninguna o primaria-formal
	Remuneración-empleado-secundaria-informal
	Remuneración-empleado-secundaria-formal
	Remuneración-empleado-superior-formal
Independientes	Ingreso mixto-independiente-ninguna o primaria-informal
	Ingreso mixto-independiente-ninguna o primaria-formal
	Ingreso mixto-independiente-secundaria-informal
	Ingreso mixto-independiente-secundaria-formal
	Ingreso mixto-independiente-superior-formal
Excedente bruto de explotación	Remuneración al Empleador

Fuente: Elaboración propia.

3.3. Bloque de instituciones

La desagregación de los hogares en la SAM se realiza por estrato socio-económico (agrupando los estratos 5 y 6 en uno solo), dado que se pretende identificar la forma como los ingresos son distribuidos entre cada uno de estos segmentos en que se clasifica la población y la forma en que cada uno de ellos distribuye su gasto.

Por otro lado, las cuentas de la institución gobierno se discrimina conforme a los niveles territoriales del Estado, por lo que se clasificarán así:

- Gobierno Central
- Gobierno Departamental
- Gobierno Distrital

Cuadro 3. Bloque de instituciones (hogares, firmas y gobierno)

Hogares	H1	Estrato 1
	H2	Estrato 2
	H3	Estrato 3
	H4	Estrato 4
	H5	Estrato 5 y 6
Firmas	SNFSF	Sociedades financieras y Sociedades no Financieras
Gobierno	GOB1	Nacional
	GOB2	Departamental
	GOB3	Distrital

Fuente: Elaboración propia

Adicionalmente, en las cuentas dedicadas a los impuestos (tanto directos como indirectos) se discriminan los que son de orden nacional (DIAN), los que corresponden a ingresos tributarios del distrito así como los del departamento.

Cuadro 4. Cuenta de los impuestos

Cuentas de los impuestos	Impuestos indirectos	Impuestos y derechos a las importaciones
		IVA no deducible
		Otros impuestos a los productos
		Subvenciones a los productos
	Impuestos directos	

Fuente: Elaboración propia

3.4. Bloque resto del mundo

El bloque resto del mundo se divide de acuerdo al origen (productos importados) o destino (productos exportados) de los bienes y servicios transables, en:

- Extranjero.
- Resto del país.

Cuadro 5. Bloque resto del mundo

Cuentas del resto del mundo a incluir en la SAM		
Resto del Mundo	Importaciones	Bienes extranjeros
		Bienes del resto del país
		Servicios extranjeros
		Servicios del resto del país
Resto del Mundo	Exportaciones	Bienes exportados al extranjero
		Bienes exportados al resto del país
		Servicios exportados al extranjero
		Servicios exportados al resto del país

Fuente: Elaboración propia

4. Metodología de construcción de la Matriz I-P

Esta sección presenta los principales lineamientos metodológicos en la construcción de la SAM para Bogotá.

4.1. Homologación de las fuentes de información

Desde el punto de vista de la utilización (o demanda), un bien puede ser utilizado de cuatro maneras: como consumo intermedio (en la producción de otros bienes), como exportación, consumo final o en la formación bruta de capital (inversión).

Al realizar un análisis de la información proporcionada por el Distrito, puede concluirse que el formato en el cual se encuentra esta información no es compatible con el formato que requiere la matriz de utilización que pretende construirse para 2006. El consumo intermedio, al reflejar costos de producción, debe incorporarse en la matriz de utilización a precios de comprador, y no a precios básicos como lo tiene originalmente la MIP distrital 2005.

En términos generales, una SAM debe cumplir la condición:

$$\text{Valor de la Oferta} = \text{Valor de la Demanda}$$

Lo que significa que para cualquier bien en la economía o para todos los bienes de la economía su demanda (utilización) debe estar soportada por una oferta, entonces: la sumatoria de todas las utilizations (a precios de comprador) debe ser exactamente igual a la suma de la producción bruta (a precios de comprador) más las importaciones.

Para transformar la producción bruta de precios básicos a precios de comprador es preciso agregar varios ítems: subvenciones a los productos, impuestos a los productos (excepto impuestos sobre importaciones e IVA no deducible), IVA no deducible, impuestos y derechos a las importaciones, márgenes de transporte y márgenes de comercio. Una vez realizados estos ajustes, la producción bruta estará conformada a precios de comprador y al sumarla con las importaciones (CIF) se conforma la oferta total a precios de comprador.

De otro lado, la agregación diferente de los sectores económicos que presenta la MIP distrital 2005 hace difícil una comparación uno a uno, observándose una aparente subvaloración en la cuenta de consumo intermedio con respecto a la obtenida por este proyecto con información del DANE

(MIP-2006). Al respecto, la MIP distrital de 2005 contiene 51 sectores, de los cuales 23 son homologables a lo que el DANE llama “resto industria” y 3 de ellos se subdividen entre alimentos, bebidas y tabaco. La SAM nacional en cambio tiene 59 sectores (definidos en cuadro 1) de los cuales 18 son homologables a “resto industria” y 10 de ellos incluyen lo relativo a alimentos, bebidas y tabaco.

4.2. Matriz utilización

Un bien en la economía puede ser utilizado o demandado para cuatro usos posibles: i) consumo intermedio (es decir, como insumo en la producción de otros bienes), ii) consumo final (es decir, son bienes que ya no presentarán más transformaciones productivas porque se consumirán en su estado actual), iii) exportación al resto del mundo o al resto del país y iv) inversión.

La construcción de la matriz utilización requiere de un volumen importante de información primaria y secundaria, y en algunos casos de supuestos y proporciones que permitan encontrar un valor razonable para determinada cuenta o rama de actividad.

4.2.1. Cuadrante de consumos intermedios

En el bloque de consumo intermedio cada fila representa un producto y cada columna (rama de actividad) una fuente de demanda. En las columnas se representan las ramas que demandan un producto para consumo intermedio.

Si se lee por columnas, se observa el valor que cada rama de producción gasta en un producto para utilizarlo como consumo intermedio. Si se lee por filas, un valor dado del bloque de consumo intermedio representa la cantidad de dinero que ingresó a los productores de dicho bien por la venta de éste para consumo intermedio. Los totales de cada columna indican el total de egresos de la rama de actividad en la compra de bienes intermedios de diferente naturaleza (productos). Los totales de cada fila indican el total de ingresos que los productores de dichos bienes obtienen por la venta de insumos intermedios a todas las ramas de actividad. La sumatoria de la utilización de cada producto por cada rama como consumo intermedio se expresa como, $\sum_j C_{ij}$ donde C_{ij} representa el consumo intermedio que hace la rama de actividad j (columna) del producto i (fila).

Dado que no se conocen las funciones de producción de cada una de las ramas, para obtener el valor del *consumo intermedio* de un producto i se

procede de la siguiente manera: se toma el valor total de consumo intermedio de la rama de actividad j , proporcionado por el DANE (para Bogotá), y se multiplica por la participación del producto i en el consumo intermedio de la rama j para Colombia.

$$C_{li}(Bog) = \beta_i(Col) \sum_{i=1}^n CI_j \quad (1)$$

Donde :

β_i es la participación del producto i (para $i= 1...59$) en el total de consumo intermedio de la rama j , dada por la matriz de utilización de Colombia 2006.

$\sum_{i=1}^n CI_j$ es el total de consumo intermedio de la rama j , dado por la información del DANE.

El cálculo anterior supone la adopción de un supuesto fundamental: el consumo intermedio de cada rama se distribuye de la misma manera entre los productos en Bogotá, como en el país; supone también que son bienes homogéneos: la intensidad en el uso de insumos en Bogotá y en el país es igual; en consecuencia, existe una homogeneidad de carácter tecnológico en la producción de los bienes entre el país y sus regiones (como Bogotá). Esto implica un concepto de proporcionalidad; es decir que, para generar cien pesos de producción bruta se requiere un consumo intermedio de proporciones fijas (e iguales) tanto en Colombia como en Bogotá.

Para los establecimientos industriales de más de 10 empleados se utilizó la información de la Encuesta Anual Manufacturera, publicada por el DANE. Para los de menos de 10 empleados se solicitó una información adicional al DANE, que proporcionó los valores totales requeridos tanto para industria como para servicios. Posteriormente, se distribuyeron esos valores totales entre los sectores industriales de la SAM, ponderando cada uno según su mayor o menor tendencia a tener tamaños mayores de planta, información que también se consultó en el DANE. Para servicios fue necesario tomar la participación en el PIB de Bogotá de cada sector servicios (dado por las cuentas departamentales 2006 del DANE) y multiplicar este porcentaje por el valor total de consumo intermedio nacional del respectivo sector (dado por la matriz de utilización 2006 de Colombia).

4.2.2. Cuadrante de demanda final

La matriz de utilización tiene otros componentes, además del consumo intermedio: exportación, consumo final o hacia la inversión. De esta forma

dentro de la matriz utilización, la demanda final de un producto se compone de la suma de tres elementos:

4.2.2.1. *Exportaciones*

Las exportaciones de Bogotá se calculan como la sumatoria de la utilización de cada producto como bien o servicio exportable: $\sum_i X_i$, donde X representa el valor de las exportaciones del producto i a precios FOB, es decir, al valor del bien en la frontera del país exportador (en este caso Colombia). En el caso de la matriz utilización para Bogotá, se considera un vector adicional de exportaciones al resto del país.

Las exportaciones de bienes al resto del mundo para 2006 aparecen registradas en los archivos de la DIAN, las cuales fueron agrupadas dentro de los 59 productos que componen la canasta de bienes y servicios 2000, que es la canasta de referencia. Los datos fueron proporcionados por el DNP y su fuente primaria es la DIAN.

En cuanto a la exportación de servicios que realiza la ciudad de Bogotá al resto del mundo, ésta se registra en la balanza de pagos del Banco de la República, pero su nivel de agregación es bastante alto y es necesario hacer una estimación para Bogotá con base en los datos agregados. Según información del Banco de la República, “[...] en la balanza de pagos se compilan las estadísticas de servicios en once categorías funcionales según recomendaciones del Manual VI del FMI, pero no se reportan clasificaciones regionales. Las fuentes de información son básicamente dos: 1) La encuesta trimestral de comercio exterior de servicios que administra el BR a una muestra de cerca de 1.000 entidades públicas y privadas y, 2) en el caso específico de los rubros transporte y viajes se recurre a registros administrativos, los cuales no permiten lograr una distribución regional” (Banco de la República).

Las exportaciones al resto del país pueden calcularse como un residuo. Es decir, lo que no se utiliza internamente, bien sea en consumo intermedio o final, puede exportarse al resto del país. La cuenta es útil para hallar los equilibrios en las cuentas, asumiendo que Bogotá se beneficia de exportar sus excedentes, pues es la economía más diversificada del país y fuerte productora de servicios, que pueden ser deficitarios en zonas de menor desarrollo económico y social relativo. Inclusive, existe la posibilidad de que algunos productos puedan ser importados por Bogotá desde el resto

del mundo o desde el resto del país y ser luego exportados al resto del país nuevamente (en un proceso de triangulación), dado que la capital tiene ventajas comparativas en firmas comercializadoras, por ejemplo: la carga puede hacer tránsito en Bogotá.

4.2.2.2. *Consumo final*

El consumo final se calcula como la sumatoria de la utilización de cada producto como demanda (consumo) final de los hogares, el gobierno e instituciones sin fines de lucro: $\sum_i CF_i$ donde CF_i representa el valor del consumo final del producto i realizado por los hogares, el gobierno y las instituciones sin fines de lucro.

El consumo final representa el valor de los bienes y servicios utilizados para la satisfacción directa de las necesidades individuales o colectivas de una comunidad. Entre las primeras se encuentra: la alimentación, el vestuario, la educación, la salud, la recreación, entre otras. Estos bienes pueden ser comprados por los hogares o recibirse en forma gratuita del gobierno y de las instituciones sin fines de lucro que sirven a los hogares. Entre las necesidades colectivas se encuentran la seguridad, la defensa, la justicia, la administración pública, la protección del medio ambiente, entre otras. Estos se prestan simultáneamente a todos los miembros de la comunidad o a una parte de ella. Por su naturaleza, no pueden venderse a los individuos en el mercado y se financian con recursos tributarios o de otra clase (DANE, 2003).

Los hogares, gobierno y entidades sin ánimo de lucro son consumidores finales de la oferta producida en la economía. Los bienes de consumo final se caracterizan por no tener nuevas transformaciones y se consumen en su forma actual por estas tres entidades. La participación de Bogotá en la población colombiana resulta útil en algunos casos como un límite inferior de la participación en el consumo de bienes finales. Pero, dado que la economía de Bogotá es la más grande del país, genera los mayores ingresos y tiene en general un nivel de vida superior al promedio del resto del país, en algunos bienes la participación del consumo de Bogotá en relación con el consumo nacional del mismo bien puede ser mayor que dicho ponderador de población. El vector de consumo final de Bogotá es construido teniendo en cuenta tales consideraciones.

Del gasto en consumo final de los hogares es preciso restar las ventas

directas que hacen en el territorio nacional residentes bogotanos, bajo el supuesto de que si un producto se vende en el resto del país, no puede venderse (consumirse) en el interior de la ciudad. Por esta razón, ese valor entra en el vector de consumo final con signo negativo. El valor de las ventas directas que hacen en el territorio nacional los residentes bogotanos estima como un excedente y funciona de manera parecida a una exportación al resto del país.

Ciertos bienes, por definición, no pueden ser consumidos por estas tres entidades: se trata del petróleo crudo, minerales metálicos y no metálicos, desperdicios y desechos, trabajos de construcción y administración pública. Si su valor es cero en la SAM nacional se sigue este criterio en la SAM Bogotá. En el resto de bienes de la economía Bogotá participa con distintos porcentajes, que van desde el ponderador de población (16%, para 2006) hasta otros mayores como 25%, 35% y en otros incluso más de 50%. Los valores se basan en la Encuesta Continua de Hogares, y en algunos casos se utilizó un valor que resultara consistente con el tamaño de la economía bogotana respecto al país y que al mismo tiempo sirviera para balancear la matriz, dada la necesidad de hacer oferta igual a demanda, y a la necesidad de acercarse al valor del PIB de Bogotá, dado por las cuentas departamentales del DANE.

4.2.2.3. *Formación bruta de capital*

La formación bruta de capital (FBK), por su parte, se calcula como la sumatoria de la utilización de cada producto como formación bruta de capital (inversión): $\sum_i I_i$, en la cual I_i representa la inversión del producto i . que representa el valor de los activos fijos adquiridos, menos los vendidos por las unidades de producción residentes para ser utilizados repetidamente en procesos de producción. Comprende los activos fijos tangibles e intangibles como: viviendas, otras edificaciones, carreteras, puentes, escenarios deportivos, teatros, maquinaria y equipo, bosques cultivados, exploración minera, el software, obras literarias, etc. Se considera igual a la inversión. Estos activos se pueden utilizar durante un largo periodo de tiempo para fabricar una gran cantidad de bienes y servicios y el valor incluido en cada unidad producida es una fracción muy pequeña del valor total del activo (DANE, 2003).

Dentro de esta cuenta también se incluye el valor correspondiente a la variación de existencias, el cual se obtiene registrando el valor de los bienes que entran en existencias valorados a los precios imperantes al momento

de la incorporación y deduciendo las mercancías que salen, a los precios registrados en ese momento. El aumento de los bienes en existencias se origina en las compras o la producción por parte de la misma empresa y la disminución en las ventas, las utilizaciones como insumo o la pérdida de mercancías. Los bienes almacenados están sujetos al deterioro por el paso del tiempo, a robo o daños accidentales. Estas pérdidas, cuando son corrientes, se contabilizan como disminución de las existencias y se valoran de la misma forma que los bienes vendidos o utilizados en la producción (DANE, 2003).

La cuenta Adquisición menos disposición de objetos valiosos se refiere al saldo entre compras y ventas de bienes muy especiales como obras de arte, oro, etc. Su valor es muy bajo para el nivel nacional.

Para el caso de Bogotá, la fuente de información de las cuentas formación bruta de capital y variación de existencias fue la Superintendencia de Sociedades, que contiene una base de datos sobre los estados financieros de las empresas registradas en esta entidad. La cuenta adquisición menos disposición de objetos valiosos fue dejada en ceros para Bogotá pues no existe una fuente de información confiable para ésta a nivel regional. Para Colombia sólo uno de los sectores (Servicios de asociaciones y esparcimiento, culturales, deportivos y otros servicios) registra un valor positivo, mientras el resto de sectores presentan un valor de cero.

A modo de resumen, la utilización (o demandas) para cada producto i , está dada por:

$$D_{ti} = \sum_j C_{ij} + \sum_j X_{ij} + \sum_j CF_{ij} + \sum_j I_{ij} \quad (2)$$

Donde, D_{ti} representa la demanda total del producto i de la economía.

En la matriz de utilización todos sus componentes se expresan en precios de comprador, de manera que es posible igualar demanda y oferta para cada producto de la economía.

4.2.2.4. Cuadrante generación del ingreso-Valor Agregado

Este cuadrante ocupa la posición inferior de la matriz de utilización, debajo del consumo intermedio, ya que ambos (valor agregado y consumo intermedio) representan los costos de producción en que incurre cada rama de

actividad j . Es decir, dado que en la matriz de utilización en sentido vertical (como columna) se registran las compras intermedias como un elemento del costo de cada rama de actividad, en esta matriz se presentan los demás elementos del costo, es decir, los componentes del valor agregado, discriminados como se muestra a continuación en el Cuadro 6:

Cuadro 6 Valor agregado por componentes

Valor agregado	
REM 1	Remuneración-empleado-ninguna o primaria-informal
REM 2	Remuneración-empleado-ninguna o primaria-formal
REM 3	Remuneración-empleado-secundaria-informal
REM 4	Remuneración-empleado-secundaria-formal
REM 5	Remuneración-empleado-superior-formal
IMP-SUB	Impuestos menos subvenciones sobre la producción e importaciones
	Impuestos sobre los productos
	Subvenciones sobre los productos
	Otros impuestos menos subvenciones sobre la producción
MIX 1	Remuneración-independiente-ninguna o primaria-informal
MIX 2	Remuneración-independiente-ninguna o primaria-formal
MIX 3	Remuneración-independiente-secundaria-informal
MIX 4	Remuneración-independiente-secundaria-formal
MIX 5	Remuneración-independiente-superior-formal
EBE	Empleador

Fuente: Elaboración propia.

El valor agregado representa las remuneraciones pagadas a los factores productivos por su participación en el proceso de producción, y al Estado como recaudador de los impuestos. La remuneración a los asalariados (REM_i) fue desagregada en cinco categorías para diferenciar la condición laboral, el grado educativo y la formalidad. El ingreso mixto (MIX_i) corresponde preferentemente a los independientes; para éstos últimos también es preciso desagregar la información según grado educativo y formalidad o no. Respecto al excedente bruto de explotación (EBE), se asume que corresponde a empleadores.

Para la obtención de los valores correspondientes a esta cuenta se recurrió a la Encuesta Continua de Hogares (ECH) del primer semestre de 2006. Esta encuesta se presenta para todos los departamentos del país y el primer paso consistió en filtrar los datos correspondientes a Bogotá. Esta encuesta, que contiene información para industria (agregado) y para algunas otras ramas económicas, permite separar las remuneraciones según el grado de formalidad o informalidad de los individuos (tiene contrato escrito

de trabajo o no lo tiene) y por nivel educativo (ninguna o primaria, secundaria, postsecundaria) y por categoría ocupacional (empleado, empleador o independiente, cuyos ingresos son remuneraciones, excedente bruto de explotación e ingreso mixto). Los datos que genera la encuesta permiten obtener las proporciones requeridas que permiten distribuir el valor agregado para Bogotá.

Una vez obtenido el valor agregado como la diferencia entre la producción bruta y el consumo intermedio, se distribuyó entre los sectores teniendo en cuenta la información contenida en la Encuesta Continua de Hogares 2006 para Bogotá. Dado el nivel de agregación de los sectores (por ejemplo en industria), fue necesario analizar cada caso y ponderar por la participación del subsector industrial dentro de la rama industria, para lograr una calibración adecuada de esta variable. También se utilizó como referencia la distribución del valor agregado en Colombia, dado por la SAM 2006 del DNP, que permite encontrar las proporciones entre remuneraciones, ingreso mixto y excedente bruto de explotación, pese a que en esta SAM nacional no existe discriminación del valor agregado por categoría educacional, ocupacional y grado de formalidad.

4.3. Matriz de oferta

Para la construcción de la matriz de oferta se recurrió a información primaria y secundaria de distintas fuentes. También fue necesario proponer supuestos y proporcionalidades, algunas de ellas con base en información indirecta de las fuentes de información, que se explican a continuación.

El valor de la oferta del producto i de la economía se compone de las siguientes cuentas:

4.3.1. Cuadrante de producción doméstica del producto i (a precios básicos)

4.3.1.1. Producción bruta (doméstica)

El DANE define la producción bruta como el “valor de todos los productos, más los ingresos por subcontratación industrial, más el valor de la energía eléctrica vendida, más el valor de los ingresos por CERT, más el valor de las existencias de los productos en proceso al iniciar el año, menos el valor de los productos en proceso al finalizar el año, más el valor de otros ingresos operacionales” (DANE, EAM).

Para calcular la producción bruta doméstica de Bogotá se consultó infor-

mación de la Encuesta Anual Manufacturera (EAM) del DANE. Ésta contiene datos para el sector industria, en empresas de más de 10 empleados. Para las empresas industriales de menos de 10 empleados se solicitó una información adicional al DANE, que permitió calcular este rubro. El valor total de producción bruta calculado por DANE para microestablecimientos industriales fue distribuido entre los sectores con el mismo porcentaje utilizado para calcular consumo intermedio de los microestablecimientos con el fin de hacer consistentes ambas cuentas. De esta manera, se asume que un valor determinado de producción requiere una proporción constante de consumo intermedio.

En cuanto al sector servicios, el DANE tiene muy poca información y/o ésta se encuentra muy agregada. La Encuesta de Servicios 2006 para Colombia publicada en su página web presenta el valor de la producción bruta total, con el agravante de que no existe en ella indicio alguno que permita hacer una apropiada distribución regional. La producción de servicios se calculó de manera indirecta: al valor total de producción bruta en servicios calculado por el DANE, se le aplicó el porcentaje de participación de cada servicio en el PIB de Bogotá, dado por las cuentas departamentales para Bogotá del DANE.

4.3.1.2. *Impuestos y derechos a las importaciones*

Esta cuenta hace parte del rubro “impuesto sobre los productos”. Éstos se refieren a los impuestos cobrados en proporción al valor de un bien o servicio. Se pagan en el momento en que los bienes cruzan la frontera aduanera del país que realiza la importación o cuando los servicios son suministrados por productores no residentes a unidades residentes (DANE, 2003). Para el caso de Bogotá, esta columna se calculó utilizando las mismas proporciones que tiene esta cuenta en la SAM 2006 calculada por el DNP para Colombia. Para Bogotá, al valor de las importaciones de cada bien se aplicó el porcentaje que representan los impuestos y derechos a las importaciones de Colombia respecto a las importaciones de Colombia en cada uno de los bienes. Este procedimiento parte del supuesto de la existencia de una proporción constante entre los impuestos a las importaciones de Colombia y de Bogotá sobre el valor CIF de los bienes importados.

4.3.1.3. *Impuestos a los productos excepto impuestos a las importaciones e IVA no deducible*

Para Bogotá se calculó con las mismas proporciones que tiene para Colombia, con base en su SAM 2006 realizada por DNP. Es decir, para cada

producto de la matriz nacional se calculó la proporción entre el impuesto a los productos respecto a la producción por producto a precios básicos y esta misma proporción se aplicó al total de la producción por producto a precios básicos de Bogotá, asumiendo que se distribuyen de manera igual y que los impuestos son estrictamente proporcionales al valor registrado.

4.3.1.4. *IVA no deducible*

Los pagadores de este impuesto son tanto consumidores finales como compradores de bienes intermedios o de capital (de origen nacional o importado) (DANE, 2003). Este vector columna se estimó recurriendo a las mismas proporciones que presenta la SAM 2006 nacional realizada por DNP.

4.3.1.5. *Márgenes de comercio y transporte*

Los márgenes de comercio y transporte se calcularon aplicando la misma proporción que presenta la SAM nacional 2006 realizada por el DNP. Para la estimación de estos valores se toma en cuenta, en el caso del margen de comercialización, que todo lo que gasta cada uno de las ramas de actividad en comercialización debe ser igual a los ingresos del comercio por el mismo concepto. En este caso se colocó el mismo valor de consumo intermedio realizado al sector comercio como el valor total del margen de comercialización de dicho sector; de tal manera que si se aplican los porcentajes de participación de cada margen de comercialización de la SAM nacional sobre los valores de la SAM Bogotá para cada uno de los demás sectores diferentes a Comercio, la sumatoria de dichos márgenes de comercialización deberían ser iguales al valor total del margen de comercialización del sector Comercio, pero con signo inverso.

Para el caso del margen de transporte se procedió de manera similar. En este caso la suma del margen de transporte de todos los productos (valor positivo) debe ser igual al negativo de esta suma en la actividad de transporte terrestre.

4.3.2. *Cuadrante de importaciones del producto i desde el resto del mundo*

4.3.2.1. *Importación de bienes desde el resto del mundo*

De igual forma que las exportaciones de bienes, las importaciones desde el resto del mundo para 2006 aparecen registradas en los archivos de la DIAN, las cuales fueron agrupadas dentro de los 59 productos que componen la canasta de bienes y servicios 2000, que es la canasta de referencia para este estudio.

4.3.2.2. *Importación de servicios desde el resto del mundo*

Estas importaciones son registradas en la balanza de pagos del país por el Banco de la República. Su nivel de agregación es muy alto y es necesario estimarlas para Bogotá introduciendo algunos supuestos. Según información del Banco de la República, “para 2006 según cifras de la balanza de pagos se registraron USD 5.496 millones. Los principales departamentos [importadores] fueron Cundinamarca (83%), Antioquia (10%), Valle del Cauca (4%), Caldas (1%). Atlántico y Bolívar también realizan importaciones de servicios” (Banco de la República, 2006). De esta suma, correspondería a Cundinamarca la suma de \$10,76 billones de pesos, y a Bogotá aproximadamente una tercera parte de este valor, es decir, \$3,6 billones de pesos, teniendo en cuenta que las tres restantes ciudades más industrializadas (Medellín, Cali y Barranquilla) también son importadoras de servicios desde el resto del mundo.

La distribución de este valor total para los sectores de servicios de Bogotá se realiza con las mismas proporciones que tiene la SAM nacional 2006, teniendo en cuenta que Bogotá no importa del exterior energía eléctrica ni gas domiciliario, ni tampoco servicios inmobiliarios o administración pública, entre otros.

4.3.3. *Cuadrante de importaciones del producto i desde el resto del país a precios corrientes*

4.3.3.1. *Importación de bienes desde el resto del país*

Se supone que la diferencia entre las utilizaciones totales (incluyendo en las utilizaciones las exportaciones) y la oferta total (dada por la suma de la producción bruta más las importaciones) debe ser cubierta con la oferta regional que procede desde el resto del país. Aunque esta variable es muy difícil de estimar dada la inexistencia de aduanas entre regiones y departamentos, es posible hacer un estimativo, basándose en algunos supuestos que tienen que ver con la estructura de la economía bogotana.

Aunque se conoce que Bogotá tiene una economía muy diversificada, es evidente que no es productora de bienes primarios (agrícolas, pecuarios y mineros), entre otros. Así, buena parte de estos bienes deben ser importados, principalmente desde el resto del país, y especialmente aquellos que tienen carácter perecible. Pero también puede importar bienes desde el resto del país en los cuales la producción doméstica más las importaciones desde el resto del mundo resultan insuficientes para atender la demanda (utilizaciones). Desde este punto de vista, este vector puede utilizarse tam-

bién para cerrar el balance entre demanda y oferta, analizando cada sector por separado.

4.3.3.2. *Importación de servicios desde el resto del país*

Aunque Bogotá tiene un gran desarrollo de su sector servicios y en algunos de ellos genera excedentes que puede exportar al resto del país y del mundo, tiene un dinámico comercio con otras regiones del país, expresado en la importación de servicios. La ciudad es importadora de servicios como los de energía eléctrica y gas domiciliario desde el resto del país. La información sobre importación desde el resto del país de estos dos servicios proviene del SUI, sistema en el que se registra toda la información pertinente sobre servicios públicos. En otros servicios, como los de transporte, también existe comercio, pero las cifras hasta el momento son estimadas y deben refinarse en el futuro.

4.3.4. *Cuadrante de ajuste CIF/FOB de las importaciones³*

La información procede de la DIAN, la cual fue procesada en DNP y suministrada directamente al grupo de trabajo. Para las importaciones se registra su valor CIF en la tabla de oferta. Según el DANE (2003), “en los cuadros oferta utilización y en las matrices de insumo producto las importaciones a nivel desagregado (por producto) se valoran CIF. Para obtener el valor FOB se restan en forma global los fletes y seguros sobre importaciones” De este modo:

$$M\text{ FOB total} = M\text{ CIF} - \text{fletes y seguros sobre importaciones} \quad (3)$$

Despejando, los fletes y seguros sobre importaciones son iguales a la diferencia entre los valores de importación *CIF* y los valores de importación *FOB*. Como resultado de esta operación, los fletes y seguros deben ser asignados con signo negativo (para eliminar la doble contabilización)⁴, en la columna denominada “ajustes *CIF/FOB* sobre importaciones” de la matriz de utilización, en las filas correspondientes a: i) transporte terrestre, ii) transporte por agua, iii) transporte por vía aérea y iv) servicios de intermediación financiera, de seguros y servicios conexos. Para Bogotá, una vez

³ La función de esta columna es la de restar, de las importaciones de servicios (por productos), los fletes y seguros sobre importaciones incluidos en el valor CIF de los bienes importados, evitando su doble contabilización. Tomado de DANE, 2003. El valor de los fletes fue obtenido de la base de datos de importaciones

⁴ Mientras que en la fila “ajustes *CIF/FOB* sobre importaciones” aparece este mismo valor pero ahora con signo positivo. Se calcula primero con signo negativo dado que el valor CIF ya incluía los costos asumidos por transporte y seguros de los bienes del país exportador, para colocarlos en la frontera del país importador.

conocido el valor de dichos fletes y seguros, el valor en cada una de estas cuatro filas se calculó con proporciones similares a las de Colombia, obtenidas de la SAM 2006 para el país, según se presenta en el Cuadro 7.

Cuadro 7 Valores del ajuste *CIF/FOB* para Bogotá y Colombia

		País (SAM 2006)	Bogotá (SAM 2006)	Participación Bogotá/País	Participación Bogotá en total ajuste
Ajustes CIF / FOB	Transporte Terrestre	-370.460	-87.742	24%	7,5%
	Transporte Agua	-2.797.878	-834.461	30%	71,5%
	Transporte Aire	-679.022	-209.409	31%	17,9%
	Financieros y seguros	-146.925	-35.989	24%	3,1%
Importación de servicios	Transporte Terrestre	76.182	8.043	24%	
	Transporte Agua	2.872.569	56.738	30%	
	Transporte Aire	1.620.193	99.664	31%	
	Financieros y seguros	3.669.283	98.791	24%	

Fuente: Elaboración propia a partir de la SAM Nacional 2006

La suma de los anteriores elementos es la oferta total del producto i a precios básicos. Esto puede expresarse como:

$$Oti(b) = Pi + Mim + Mip + Aj \quad (4)$$

Donde: $Oti(b)$ es la oferta total del producto i a precios básicos.

El resultado de esta adición sería la oferta a precios de comprador:

$$Oti(c) = Pi + Mim + Mip + Aj + si + ii + ivi + imi + mti + mci \quad (5)$$

Donde: $Oti(c)$ es la oferta total del producto i a precios de comprador.

Dado que en la economía como totalidad e igualmente para cada producto todas las demandas (utilizaciones) deben estar soportadas en la oferta (es decir, deben tener una fuente), estos dos valores deben ser iguales. Por tanto, igualando las ecuaciones (2) y (5), para el producto i se tiene:

$$\sum_i Clij + \sum_i Xi + \sum_i CFi + \sum_i Ii = Pi + Mim + Mip + Aj + si + ii + ivi + imi + mti + mci \quad (6)$$

La ecuación (6) debe cumplirse para todos los productos de la economía.

5. Cuentas entre instituciones (equilibrio económico general)

La tabla de equilibrio económico general (EEG) es un arreglo en el cual se presentan las cuentas de los sectores institucionales, incorporando las interrelaciones entre las instituciones y entre éstas y las cuentas de actividades, productos y generación del ingreso.

La matriz de equilibrio económico general está compuesta de tres bloques. Al lado izquierdo se registran los empleos (o gastos) que realiza un determinado sector institucional. En el lado derecho se registran los recursos (o ingresos) que reciben los mismos sectores institucionales. En el centro del cuadro se registra la cuenta a la que se hace referencia.

Una unidad institucional es “una entidad económica capaz de poseer activos, contraer deudas y realizar actividades económicas y transacciones con otras entidades” (SCN 1993). Las unidades institucionales son agrupadas en los siguientes componentes:

- Los hogares (clasificados por estratos) e instituciones sin fines de lucro.
- Las sociedades financieras y no financieras (firmas).
- Gobierno (central, departamental y distrital).

Las operaciones que realizan los sectores institucionales pueden ser contabilizadas en cuentas corrientes. Éstas registran la generación y distribución del ingreso así como su asignación entre consumo y ahorro. Las cuentas corrientes comprenden la cuenta de producción, generación del ingreso, asignación del ingreso primario y distribución secundaria del ingreso (DANE, 2003).

- Cuenta de producción: Su fin es calcular el valor agregado a partir de la sustracción entre producción bruta y consumo intermedio.
- Cuenta de generación del ingreso: Registra la forma como los productores remuneran los factores participantes en el proceso productivo, a partir del valor agregado.
- Cuenta de asignación del ingreso primario: Es la asignación del ingreso primario entre los sectores institucionales. Estos ingresos son generados o bien por la intervención en los procesos productivos o bien por la propiedad de activos necesarios para propósitos de producción.
- Cuenta de distribución secundaria del ingreso: El propósito de estas cuentas es presentar el proceso de redistribución del ingreso en la eco-

nomía y los impuestos que gravan el ingreso y la riqueza. También representan pagos y aportes a la seguridad social (DANE, 2003; DNP, 2008).

- Cuenta de utilización del ingreso: Se compone de cuatro (4) módulos:
 - Consumo final de los hogares y el gobierno (como egreso);
 - Ajuste por la variación de la participación neta de los hogares en los fondos de pensiones
 - Ahorro bruto
 - Saldo corriente con el exterior

5.1. Cálculo de la matriz de equilibrio económico general

A la matriz de equilibrio económico general migran dos tipos de datos, que luego migran también a la SAM que se balancea: i) unos que hacen parte de la matriz de utilización y ii) otros datos obtenidos por diferentes fuentes de información.

Entre los primeros se encuentra el bloque de valor agregado, con las desagregaciones respectivas. Éste incluye, además del valor agregado, las cotizaciones sociales de los empleadores. La información base para esta última cuenta fue la encuesta de ingresos y gastos 2006-2007. Se incluye adicionalmente la cuenta “impuestos menos subvenciones sobre la producción y las importaciones”, como la parte del valor agregado que va al gobierno.

En el siguiente bloque, de asignación del ingreso primario, se registran los ingresos y gastos de los agentes institucionales por concepto de la renta de la propiedad (de activos). Esta gran cuenta se divide a su vez en subcuentas como:

- Intereses: es una forma de renta de la propiedad percibida por la posesión de activos financieros, depósitos, bonos, títulos, créditos, cuentas por pagar o cobrar (DANE, 2003). La estimación se realizó con información de Superfinanciera, de Supersociedades, y de la Encuesta de ingresos y gastos 2006-2007⁵.
- Dividendos: es la parte de los beneficios que las sociedades distribuyen entre los propietarios del capital. Las utilidades que no se distribuyen y

⁵ Los datos de esta última fuente no resultaron consistentes pues se observó un valor muy bajo respecto al presentado en la SAM Colombia para el mismo año. De esta forma, se optó por tomar el valor nacional y multiplicarlo por una proporción razonable para el tamaño de la economía bogotana y luego ponderarlo por una proporción que represente la propensión del sistema bancario a penetrar cada tipología de hogares (estrato) con servicios financieros.

se incorporan a las reservas no se contabilizan como dividendos pues forman parte del ahorro de las sociedades (DANE, 2003). La información sobre dividendos fue tomada de Superfinanciera, de Supersociedades, y de la Encuesta de ingresos y gastos 2006-2007. Como en el caso anterior, el valor de dividendos en la ciudad de Bogotá resultó muy bajo si se considera el valor nacional; esta información proviene de la encuesta de ingresos y gastos 2006-2007 para Bogotá, y podría indicar que las personas encuestadas tienden a subvalorar el valor recibido por estos conceptos (intereses y dividendos), tratando de evitar el pago de algún cargo por ellos. Se optó nuevamente por considerar preferentemente el valor nacional, ponderado por valores razonables para Bogotá (en el caso de hogares).

En el caso de las sociedades, nuevamente, apareció un valor muy reducido tanto en ingresos como en egresos para Bogotá, si se compara con los valores nacionales. La razón puede ser que las empresas bogotanas participan muy poco en la bolsa, pues tienen esquemas de financiación diferentes. Contrario a Medellín, que tiene un número significativo de empresas cotizando en bolsa, por lo que se dejó el valor reducido de dividendos que aparecía en la base de datos de la Supersociedades. Lo mismo ocurrió con las sociedades financieras (tampoco su sector financiero participa activamente en operaciones de bolsa).

- Utilidades reinvertidas de la inversión extranjera directa: según los principios de balanza de pagos, una empresa de inversión extranjera directa es una empresa constituida o no en sociedad en la que un inversionista posee el 10% o más del capital (DANE, 2003). Con el fin de estimar su valor para las sociedades no financieras de Bogotá se recurrió a información del Banco de la República. El de las sociedades financieras se calculó como una proporción del valor nacional, mostrado en la SAM Colombia 2006. Debe anotarse que en bloque de gastos (bloque izquierdo) de la hoja EEG sólo las sociedades financieras y no financieras registran este tipo de gasto. En el bloque de ingresos (bloque derecho) sólo para la institución resto del mundo se registra este concepto.
- Renta de la propiedad atribuida a titulares de pólizas de seguros: las reservas actuariales y reservas técnicas de las compañías de seguros se consideran activos de los titulares de las pólizas y pasivos de las empresas de seguros (DANE, 2003). Por tanto, es un gasto de las empresas de seguros (que hacen parte del sector financiero) y un ingreso para todos los agentes de la economía. Como gasto, se registró el valor

reportado por el sector seguros por este concepto. Como ingreso, se distribuyó este valor total para Bogotá con la misma ponderación que presenta la SAM Colombia 2006.

- Renta de la tierra: son ingresos recibidos por propietarios de tierras y terrenos y activos del subsuelo, tales como yacimientos mineros o de combustibles como pago por la cesión del derecho a explotarlos (DANE, 2003). Para Bogotá, esta fila tiene cero (0) en todas las posiciones; es decir, no existen yacimientos mineros ni de combustibles fósiles en la ciudad que de origen a esta renta.

El tercer bloque es el de distribución secundaria del ingreso. Está compuesto por las subcuentas:

- Impuestos sobre el ingreso: son contribuciones obligatorias realizadas al gobierno por las sociedades, los hogares y las entidades sin fines de lucro. Se determinan con base en el monto de los ingresos, los beneficios o las ganancias de capital. Para Bogotá, este gasto de los hogares se tomó de la información de la DIAN y este valor total se distribuyó entre los hogares de estratos 3, 4, 5 y 6 con un porcentaje razonable para cada uno. Como gasto de las sociedades financieras y no financieras, se consultaron las bases de datos respectivas. Como ingreso, esta partida se registra únicamente en la cuenta de gobierno nacional.
- Otros impuestos corrientes: hacen parte de este grupo el impuesto predial, vehículos, azar, delineación urbana, cigarrillos extranjeros, cerveza, sobretasa a la gasolina, publicidad y deporte. La fuente de información fue la Secretaría de Hacienda Distrital, ejecución consolidada de ingresos 2006 (neto de transferencias interdistritales). Para las sociedades no financieras este gasto corresponde al impuesto de industria y comercio. Para las financieras, este gasto aparece en sus balances como pago de impuestos locales. En el cuadrante de ingresos, la suma de los anteriores rubros corresponde únicamente al gobierno local.
- Las contribuciones sociales: son pagos efectivos o imputados que realizan los patronos, los trabajadores o empleados independientes a los sistemas de seguros sociales (DANE, 2003). La encuesta continua de hogares 2006 fue útil para establecer qué porcentaje de los empleados que tienen cotizaciones a salud y pensiones están en Bogotá. Este porcentaje se reparte entre los estratos socioeconómicos según información de la encuesta de ingresos y gastos y luego este resultado se multiplica por el valor de la cuenta observado en la SAM Colombia 2006.
- Prestaciones sociales diferentes a transferencias sociales en especie:

esta cuenta se compone de varias subcuentas: prestaciones sociales en dinero, prestaciones de seguros sociales de régimen privado, prestaciones sociales a empleados no basadas en fondos especiales y beneficios de asistencia social en dinero (DANE, 2003). Como ingresos de los hogares, para esta cuenta se consultó la información de la encuesta de ingresos y gastos 2006 para Bogotá, por estrato socioeconómico. Como egreso de las sociedades financieras y no financieras y del gobierno, se tomó el valor total ingresado a los hogares por este concepto y se distribuyó entre los tres agentes institucionales con la misma proporción que en el nivel nacional.

- Otras transferencias corrientes: está compuesta por subcuentas. La primera de ellas es “primas netas seguros no de vida”. Dado que sobre esta cuenta no se posee una fuente de información más directa, se optó por tomar el valor nacional y distribuirlo entre los agentes institucionales con la misma proporción, y ponderando también por la participación del sector financiero en Colombia. Como ingreso, son las sociedades financieras las principales receptoras. La segunda subcuenta se denomina “indemnización seguros no de vida. Esta cuenta es la simétrica de la anterior. Es decir, los valores que aparecen como gasto en la primera se convierten en ingreso en la segunda para los mismos agentes institucionales, y los ingresos de la primera se transforman en gastos en la segunda.

La tercera subcuenta es “transferencias corrientes dentro del gobierno general”; en ella se registran las transferencias intergubernamentales Nación, Distrito, Departamento. En el caso que nos ocupa, únicamente se observó una transferencia de la Nación para Bogotá (por Sistema General de Participaciones y por Fondo Nacional de Regalías) y un ingreso de Bogotá por el mismo valor. Entre Bogotá y Cundinamarca no aparece este tipo de transferencia en la información consultada (Ejecución del presupuesto de ingresos y gastos, Bogotá 2006). En cuanto al IVA recaudado en Bogotá y que ingresa a la Nación, éste no puede definirse propiamente como transferencias, son sencillamente recaudos por IVA y no pueden registrarse en esta subcuenta pues ya están registrados en la matriz de oferta (con información DIAN).

La cuarta subcuenta, “cooperación internacional corriente” se consultó en un trabajo realizado para el distrito en 2006 (SHD. Ejecución consolidada de ingresos-neto de transferencias interdistritales).

La quinta subcuenta, “transferencias corrientes diversas”, se calculó indirectamente, tomando el valor nacional y ponderándolo igual que en la SAM nacional para cada agente institucional. Para los hogares de Bogotá, se distribuyó según la encuesta de ingresos y gastos (como ingreso). Como egreso, con la misma distribución nacional. La sexta subcuenta, “transferencias del Banco Central al gobierno” no aplica para el caso de Bogotá.

Saldo del ingreso primario bruto (SIB) es la suma para cada agente institucional de las siguientes cuentas:

$SIB =$ excedente bruto de explotación + suma ingreso mixto + suma remuneraciones + impuestos menos subvenciones + renta de la propiedad – suma de gastos para el mismo agente institucional.

Ingreso disponible bruto (IDB) es la suma y resta de las siguientes cuentas:

$IDB =$ SIB + ingresos por: (impuesto sobre la renta y otros impuestos locales + contribuciones sociales + prestaciones sociales diferentes a transferencias sociales en especie + otras transferencias corrientes) para cada agente institucional. - egresos por: (impuesto sobre la renta y otros impuestos locales + contribuciones sociales + prestaciones sociales diferentes a transferencias sociales en especie + otras transferencias corrientes) para cada agente institucional.

El cuarto bloque corresponde al de utilización del ingreso. Este bloque se compone de:

- Consumo final de los hogares y el gobierno (como egreso), traído de la matriz de utilización;
- Ajuste por la variación de la participación neta de los hogares en los fondos de pensiones, que ponderó el valor para cada estrato de las contribuciones sociales de los empleados y los empleadores por un factor de crecimiento similar al del país (como ingreso); como egreso, se tomó la misma ponderación nacional para distribuirlo entre sociedades financieras y no financieras;
- Ahorro bruto: como egreso de cada agente institucional se calcula como: ingreso disponible bruto (IDB) –gastos de consumo final– ajuste por la variación de la participación neta de los hogares en los fondos de pensiones. Como ingreso, se registra el mismo valor, dos filas más abajo, para el agente institucional respectivo.

- Saldo corriente con el exterior: su valor total en el bloque izquierdo (de egresos) es igual a la sumatoria de la formación bruta de capital, la variación de existencias y la adquisición menos cesión de objetos valiosos, restándole el ahorro bruto total encontrado en el paso anterior.

6. Balanceo de la matriz

El último paso es el balanceo de la matriz de contabilidad social. Dado que la condición fundamental de una SAM es que la suma de todos los ingresos de la economía y de sus agentes sea igual a los gasto de los mismos. Para esto, es preciso aplicar un algoritmo de balanceo que permita lograr esta condición. Para el caso de Bogotá, se aplicará el mismo algoritmo utilizado en el Departamento Nacional de Planeación para balancear la SAM nacional, introduciéndole pequeñas modificaciones para hacerlo consistente con la estructura de la SAM Bogotá.

Una vez que la SAM ha reunido la información disponible, es preciso verificar que las siguientes igualdades se cumplen: i) el ingreso en cada renglón es igual a su gasto en la columna respectiva; ii) la producción es igual a la suma del valor agregado y el consumo interno; y iii) la remuneración laboral que las actividades otorgan a cada tipo de trabajo coincide con la información sobre lo recibido por los hogares por concepto del respectivo tipo de trabajo. Los métodos empleados buscan minimizar la distancia entre la matriz no balanceada y la balanceada. Existen fundamentalmente dos métodos de balanceo.

6.1. Balanceo manual

El balanceo manual busca reducir la diferencia que existe entre la suma de la fila i y la suma de la columna j . Para esto, se verifican las relaciones existentes entre los diferentes sectores e instituciones, lo que permite complementar y ajustar los valores que no se encuentran disponibles. Lo anterior hace necesario mantener la consistencia con la matriz a nivel nacional, teniendo en cuenta tanto las restricciones macroeconómicas como el previo conocimiento y experiencia en temas económicos regionales. Con esto se logra reducir las diferencias entre la suma de los ingresos y los gastos en algunos sectores. Sin embargo, en el caso de matrices de contabilidad social con alto nivel de desagregación se hace necesario utilizar métodos numéricos, que demandan el uso de herramientas computacionales.

6.2. Entropía mixta

Para el balanceo de la SAM se aplicó un algoritmo que utiliza el DNP para balancear la SAM nacional. Este algoritmo se desarrolla en GAMS (General Algebraic Modeling System). Después de tener un buen nivel de información fue utilizado el algoritmo mencionado para conseguir el balanceo de la SAM.

El método de entropía mixta y el algoritmo soluciona la siguiente ecuación mediante métodos de optimización:

$$\min_{\{a_{ij}^1\}} \sum_i \sum_j \left[\frac{a_{ij}^1}{\sum_i a_{ij}^1} \right] \left[\ln \left[\frac{a_{ij}^1}{\sum_i a_{ij}^1} \right] - \ln \left[\frac{a_{ij}^0}{\sum_i a_{ij}^0} \right] \right] \quad (7)$$

sujeto a $\sum_i a_{ij}^1 = \sum_j a_{ij}^0, a_{ij} = 0$

Fuente: DNP

Donde:

a_{ij} representa la celda correspondiente a la fila i y la columna j de la respectiva matriz.

El supraíndice 0 hace referencia a la SAM no balanceada.

El supraíndice 1 hace referencia a la SAM balanceada.

El objetivo de este problema de optimización es minimizar una medida de distancia entre la matriz balanceada y la no balanceada. Para evitar que se modifiquen datos de actividades se define que si en la matriz no balanceada hay una celda en cero, esta misma celda debe ser cero en la matriz balanceada. Una vez finalizado el procedimiento de balanceo, se obtiene una Matriz de Contabilidad Social desagregada consistente que puede reducirse en el número de actividades para hacer análisis económico regional.

7. Resultados de la construcción de las matrices *MU*, *MO* y *MIP*

De acuerdo a la metodología expuesta en apartes anteriores, se construyeron las matrices base para la elaboración final de la matriz insumo-producto y de la matriz de contabilidad social para Bogotá 2006.

De esta manera, dentro de la matriz utilización cabe resaltar algunos valores importantes en la estructura económica del Distrito. El total de consumo intermedio para toda la economía de Bogotá alcanza \$ 66,1 billones de

pesos en 2006, mientras que el monto total de exportaciones en bienes y servicios al resto del mundo es de \$20 billones; las exportaciones de bienes y servicios al resto del país se estiman en \$45,1 billones. Por otro lado, el gasto en consumo final (por los hogares y gobierno) asciende a \$86,2 billones y la formación bruta de capital más variación de existencias a \$18,2 billones. Finalmente, el total del valor agregado asciende a \$88,8 billones.

A partir de la matriz oferta se pueden rescatar diferentes montos agregados de interés: por un lado, la producción bruta (doméstica) llega a los \$157 billones, mientras que las importaciones de bienes y servicios desde el resto del mundo y desde el resto del país suman \$70 billones; de este modo, la oferta total a precios básicos es de \$227 billones. Si a este valor se agrega la sumatoria de márgenes, impuestos y subvenciones (\$9,2 billones), el resultado es la oferta a precios de comprador, que en el caso de Bogotá ascendería a \$236,2 billones.

Finalmente, la matriz insumo-producto se construye a partir de la información obtenida en las matrices utilización y oferta, con el fin de hacer explícito el equilibrio macroeconómico general, y estimar el producto interno bruto. Éste, por cualquiera de los métodos, asciende a casi \$98 billones, valor cercano al de las cuentas departamentales que posee el DANE, si se considera que el de esta consultoría se basa en estimaciones y supuestos.

8. Matriz de multiplicadores de la SAM para Bogotá

8.1. Metodología de cálculo de los multiplicadores de la SAM de Bogotá

Uno de los usos más importantes de la SAM es el análisis de multiplicadores. Con ellos puede cuantificarse el efecto que tendría un choque exógeno en la producción regional, su distribución del ingreso y remuneración de los factores. El primer paso en el cálculo de los multiplicadores consiste en clasificar las cuentas de la SAM en dos grandes grupos: i) cuentas endógenas: en éstas se encuentran las cuentas de actividades, factores e instituciones (familias y firmas)⁶ y ii) cuentas exógenas: hacen parte de éstas las cuentas del gobierno, la cuenta de capital y la cuenta resto del mundo.

Teniendo en cuenta lo anterior, la SAM se organiza según lo previsto.

⁶ Confróntese con Pyatt y Round (1979) y Defourny y Thorbecke (1984).

Con esta organización de la SAM se definen tres grandes matrices: i) la matriz T en la que se compilan los datos de las cuentas endógenas, ii) el vector X que representa la suma de las filas de las cuentas exógenas del modelo y iii) el vector Y que representa la producción.

Cuadro 8. Diagrama Simplificado de la SAM para el cálculo de los multiplicadores

		Gastos					
		Cuentas endógenas			Cuentas exógenas	Totales	
		Actividades	Factores	Instituciones			
Ingresos	Cuentas endógenas	Actividades	T_{11}	0	T_{13}	x_1	Y_1
		Factores	T_{21}	0	0	x_2	Y_2
		Instituciones	0	T_{32}	T_{33}	x_3	Y_3
	Cuentas exógenas		x_1'	x_2'	x_3'	T	Y_x
	Totales		Y_1'	Y_2'	Y_3'	Y_x'	

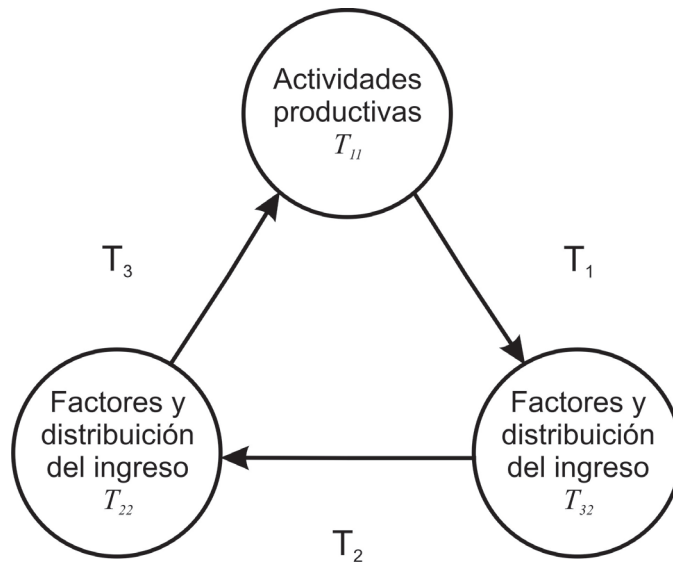
Fuente: Defourny & Thorbecke, 1984

La matriz de cuentas endógenas T presenta la información de la interrelación circular presente entre este tipo de cuentas. Los componentes de esta matriz son los siguientes:

$$T_{mn} = \begin{bmatrix} T_{11} & 0 & T_{13} \\ T_{21} & 0 & 0 \\ 0 & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \quad (8)$$

El componente T_{11} corresponde a la matriz que caracteriza las relaciones input-output del sistema. El consumo final de las instituciones endógenas (familias y firmas) se encuentra en la sub-matriz. La remuneración de los factores por cada sector productivo compone; la distribución de los ingresos factoriales entre las diferentes instituciones se encuentra en T_{32} y las transferencias entre instituciones en T_{33} . Defourny y Thorbecke (1984) sintetizan estos vínculos a través del Figura 2

Figura 2. Interrelación Simplificada entre las principales cuentas de la SAM



Fuente: (Defourny & Thorbecke, 1984)

La anterior partición de la SAM significa que el producto de las cuentas endógenas puede ser expresado como:

$$Y_n = T_{nn} + X_n \quad (9)$$

El siguiente paso en el cálculo de los multiplicadores asociados a la SAM consiste en dividir cada uno de los componentes de la matriz T_{nn} por el total de su respectiva columna, conformando una nueva matriz denominada A_n .

Donde: $A_n = [a_{ij}] = \frac{T_{ij}}{Y_j}$ (10)

Si se reemplaza $T_{nn} = A_n * Y_n$ en (1), se obtiene:

$$\begin{aligned}
 Y_n &= A_n * Y_n + X_n \\
 Y_n - A_n * Y_n &= X_n \\
 Y_n * (I - A_n) &= X_n \\
 Y_n &= (I_n - A_n)^{-1} * X_n \\
 Y_n &= M_a X_n
 \end{aligned}
 \quad (11)$$

Donde la matriz M_a es la matriz de multiplicadores asociados a la SAM, la cual relaciona los ingresos endógenos, es decir el vector Y_n (producción) con choques en el vector de cuentas exógenas X_n

8.2. Descomposición de la matriz de multiplicadores

Pyatt y Round (1979) proponen una metodología de descomposición de la matriz de multiplicadores M_a realizando el producto de tres (3) matrices M_1 , M_2 , M_3 . Mediante el siguiente procedimiento algebraico se logra la descomposición y la obtención de los efectos que captura cada una las matrices resultantes.

El vector de producto Y_n se define como:

$$Y_n = A_n * Y_n + X_n \quad (12)$$

Si se define una nueva matriz \tilde{A}_n con las mismas dimensiones de la matriz A_n , y se suma y resta $\tilde{A}_n * Y_n$ en la ecuación (12) se tiene:

$$\begin{aligned} Y_n &= A_n Y_n - \tilde{A}_n Y_n + X_n + \tilde{A}_n Y_n \\ Y_n &= (A_n - \tilde{A}_n) Y_n + X_n + \tilde{A}_n Y_n \\ Y_n (I_n - \tilde{A}_n) &= (A_n - \tilde{A}_n) Y_n + X_n \\ Y_n &= (I_n - \tilde{A}_n)^{-1} (A_n - \tilde{A}_n) Y_n + (I_n - \tilde{A}_n)^{-1} X_n \\ Y_n &= A^* Y_n + (I_n - \tilde{A}_n)^{-1} X_n \end{aligned} \quad (13)$$

Donde la matriz $A^* = (I_n - \tilde{A}_n)^{-1} (A_n - \tilde{A}_n)$

Luego, la expresión (13) debe multiplicarse por la matriz A^*

$$A^* Y_n = A^{*2} Y_n + A^* (I_n - \tilde{A}_n)^{-1} X_n \quad (14)$$

Sustituyendo (14) en (15):

$$\begin{aligned} Y_n &= A^{*2} Y_n + A^* (I_n - \tilde{A}_n)^{-1} X_n + (I_n - \tilde{A}_n)^{-1} X_n \\ Y_n &= A^{*2} Y_n + (A^* + I_n) (I_n - \tilde{A}_n)^{-1} X_n \end{aligned} \quad (15)$$

Nuevamente se multiplica (15) por A^{*2} y se reemplaza $A^{*2} Y_n$ en esta misma expresión

$$A^{*2} Y_n = A^{*3} Y_n + A^{*2} (A^* + I_n) (I_n - \tilde{A}_n)^{-1} X_n \quad (16)$$

La expresión (16) se reemplaza en (15)

$$\begin{aligned}
 Y_n &= A^{*3}Y_n + A^{*2}(A^* + I_n)(I_n - \tilde{A}_n)^{-1}X_n + (A^* + I_n)(I_n - \tilde{A}_n)^{-1}X_n \\
 Y_n - A^{*3}Y_n &= (I_n + A^* + A^{*2})(I_n - \tilde{A}_n)^{-1}X_n \\
 Y_n(I_n - A^{*3}) &= (I_n + A^* + A^{*2})(I_n - \tilde{A}_n)^{-1}X_n \\
 Y_n &= (I_n - A^{*3})^{-1}(I_n + A^* + A^{*2})(I_n - \tilde{A}_n)^{-1}X_n
 \end{aligned} \tag{17}$$

Las tres matrices resultantes de la descomposición de la matriz de multiplicadores M_a se encuentran en la ecuación (17), donde $M_{a1} = (I_n - \tilde{A}_n)^{-1}$, $M_{a2} = (I_n + A^* + A^{*2})$ y $M_{a3} = (I_n - A^{*3})^{-1}$; por lo anterior $M_a = M_{a1}M_{a2}M_{a3}$

La descomposición de la matriz de multiplicadores en tres nuevas matrices es útil en tanto permite capturar la secuencia de sustituciones que completan el flujo circular del ingreso en la economía, tal como se presentó en el Esquema 7.1. Antes de continuar es preciso recordar la estructura y los componentes de la matriz A_n que resulta de dividir las cuentas endógenas por el producto de cada columna de la SAM.

$$A_n = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & A_{13} \\ A_{21} & 0 & 0 \\ 0 & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \tag{18}$$

Donde:

A_{11} : Contiene la información de los flujos de ingreso entre las actividades productivas de la región

A_{21} : Contiene los coeficientes de propensión media al consumo de los hogares en los diferentes bienes y servicios discriminados en la SAM

A_{21} : Contiene la participación del pago a cada uno de los factores en la producción total

A_{32} : Contiene la composición de la distribución de la remuneración factorial en las instituciones (familias y firmas)

A_{33} : Contiene las transferencias que se hacen al interior de las instituciones endógenas.

Los valores de las matrices M_1, M_2, M_3 dependerán de la estructura que se defina para la matriz \tilde{A}_n ; siguiendo con la propuesta de Pyatt y Round (1979) ésta se define como:

$$\tilde{A}_n = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{33} \end{bmatrix} \quad (19)$$

En consecuencia, la matriz A^* sería:

$$A^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & (I - A_{11})^{-1} A_{13} \\ A_{21} & 0 & 0 \\ 0 & (I - A_{33})^{-1} A_{23} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & A_{13}^* \\ A_{21}^* & 0 & 0 \\ 0 & A_{32}^* & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

De lo anterior se derivan los siguientes resultados:

$$M_{a1} = \begin{bmatrix} I - A_{11} & I & I \\ I & I & I \\ I & I & I - A_{33} \end{bmatrix}^{-1} \quad (21)$$

$$M_{a2} = \begin{bmatrix} I & A_{13}^* A_{32}^* & A_{13}^* \\ A_{21}^* & I & A_{21}^* A_{13}^* \\ A_{21}^* A_{32}^* & A_{32}^* & I \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$M_{a3} = \begin{bmatrix} I - A_{32}^* A_{13}^* A_{21}^* & I & I \\ I & I - A_{32}^* A_{21}^* A_{31}^* & I \\ I & I & A_{21}^* A_{32}^* A_{13}^* \end{bmatrix}^{-1} \quad (23)$$

Debe señalarse que la matriz A^* representa el flujo circular del ingreso mostrado en el Esquema 7.1. Nótese que esta matriz sólo contiene tres (3) relaciones: i) cómo las actividades productivas generan ingresos para los factores (A_{21}^*); ii) cómo estos ingresos se distribuyen entre las instituciones (familias y firmas) (A_{32}^*); iii) cómo el ingreso retorna a las actividades productivas mediante el consumo de estos últimos agentes (A_{13}^*). Lo anterior implica que la matriz M_{a3} que también tiene una estructura diagonal debe contener los multiplicadores asociados al flujo circular del ingreso de la economía en cuestión. De otro lado, la matriz M_{a1} captura los efectos directos que tiene cada grupo de cuentas en sí mismo mediante transferencias "internas"; es decir, estos multiplicadores son independientes del flujo circular del ingreso. Finalmente, la matriz M_{a2} recoge los efectos cruzados entre las particiones de las cuentas endógenas.

La descomposición de la matriz de multiplicadores puede expresarse en

términos aditivos dependientes de un vector de inyección inicial de acuerdo con la propuesta de Stone (1985), como se presenta a continuación:

$$M_a = I + (M_{a1} - I) + (M_{a2} - I) M_{a1} + (M_{a3} - I) M_{a2} M_{a1} \quad (24)$$

Esta representación permite detectar la participación de las contribuciones netas de cada matriz, es decir de los efectos directos M_{a1} , los cruzados M_{a2} y el flujo circular del dinero M_{a3} en la respuesta que se podría esperar ante choques exógenos, es decir el valor que se encuentra en la matriz M_a .

8.3. Matriz de multiplicadores

Teniendo en cuenta la metodología expuesta en la sección anterior y la matriz SAM balanceada para Bogotá 2006, se calcularon los multiplicadores asociados siguiendo la fórmula expresada en la ecuación (11). La clasificación de las cuentas entre endógenas y exógenas corresponde a la división generalmente adoptada en los trabajos orientados al análisis de los multiplicadores de la SAM⁷. En consecuencia, las cuentas clasificadas como *endógenas* son:

- Veintitrés (23) cuentas asociadas a actividades productivas.
- Seis (6) cuentas correspondientes a los factores productivos: denotados como $REMMIX_i$ (para $i=1\dots5$) que incluye remuneración e ingreso mixto en cinco categorías; la sexta cuenta es el EBE (excedente bruto de explotación).
- Seis (6) cuentas asociadas a las instituciones: hogares (que incluye instituciones sin fines de lucro) y sociedades. Hogares se divide en cinco estratos (en el cual el estrato 5 incluye también al estrato 6). Sociedades o firmas, que incluye las financieras y las no financieras.

Las demás cuentas, es decir, gobierno, resto de mundo, impuestos, cuenta de capital, formación bruta de capital (inversión), se clasificaron en la categoría de *exógenas*.

8.4. Análisis e interpretación de los resultados

Dos tipos de análisis pueden realizarse con los coeficientes obtenidos de la matriz de multiplicadores M_a . El primero consiste en determinar el grado en el que las cuentas endógenas se afectan debido a inyecciones exógenas en todo el sistema económico, o “efecto absorción”; en pocas palabras,

⁷ Ver los trabajos de Pyatt y Round (1979), Round (1985), Boisvert (1984), Defourny y Thorbecke (1984).

significa determinar el impacto del “todo” sobre “una” cuenta en particular. Este análisis permite identificar aquellos sectores productivos que capturan la mayor parte del flujo de ingresos de la economía regional bogotana; igualmente, los factores productivos y las instituciones en las que se concentrarían los choques externos. El efecto absorción es útil para identificar los sectores claves para el desempeño de la economía regional, gracias a sus encadenamientos con las demás actividades productivas de la región.

El segundo análisis (conocido convencionalmente como “efecto difusión”) es el resultado de la realización de un procedimiento análogo. Consiste en estimar el impacto que tendría un choque exógeno en “una” cuenta en particular sobre “todo” el sistema económico.

A continuación se define formalmente la metodología de cálculo de los dos efectos mencionados, así como los resultados encontrados para el caso de Bogotá.

8.4.1. Efecto absorción

Como se mencionó anteriormente, este efecto mide el grado en que las cuentas endógenas “absorben” una inyección exógena en todo el sistema. Se calcula sumando los coeficientes de las filas de la matriz M_a

$$E_{ai} = \sum_{j=1}^n m_{ij} \quad (25)$$

Donde:

E_{ai} : Efecto absorción de la cuenta i .

m_{ij} : Componente de la Matriz M_a ubicado en la fila i y la columna j .

Con el fin de comparar los efectos absorción entre cuentas, estos indicadores pueden ser normalizados, dividiendo cada uno de ellos por el promedio, de forma que la media sea de uno (1) y se pueda determinar cuáles son las cuentas que se afectan en mayor o menor proporción. Cuando el valor del efecto absorción normalizado es mayor a 1, se dice que dichas actividades productivas son aquellas que recibirían en mayor proporción los efectos de un choque exógeno en todo el sistema económico. Por otra parte, el menor efecto absorción en otras actividades, factores productivos e instituciones puede interpretarse como una relativa independencia de dichas actividades de la dinámica económica de todo el sistema.

8.4.2. Efecto difusión

El efecto difusión permite identificar el efecto que tendría una inyección exógena en una cuenta en particular sobre todo el sistema económico. La magnitud de este efecto se calcula sumando de cada fila las columnas de la matriz M_a , de la siguiente manera:

$$E_{dj} = \sum_{i=1}^n m_{ij} \quad (27)$$

Donde:

E_{di} : Efecto difusión de la cuenta j .

m_{ij} : Componente de la Matriz M_a ubicado en la fila i y la columna j .

Al igual que para el efecto absorción, estos indicadores también pueden ser normalizados dividiendo cada efecto difusión sobre el promedio total de los efectos. De los índices de difusión normalizados puede observarse que las actividades productivas cuyo efecto difusión es mayor al promedio, corresponde a aquellas que con una inyección de ingreso generarían mayores ingresos en todo el sistema económico.

Con estos resultados pueden determinarse los sectores con mayores interacciones con el sistema económico, así como aquellos que tienen una dinámica prácticamente independiente. Sin embargo, valdría la pena entender cuáles son los mecanismos mediante los que se difunde (y absorbe) la inyección de ingresos en un sector particular.

Para responder a esta pregunta se puede hacer uso de la descomposición aditiva de la de la matriz de multiplicadores, gracias a que esta división separa los tres tipos de efecto que en ella conviven. Este análisis parte de un vector de inyección inicial (I) y luego se calculan las contribuciones del efecto directo a través de la matriz $(M_{a1}-I)$, el efecto cruzado $(M_{a2}-I)M_{a1}$ y el flujo circular del dinero con la matriz $(M_{a3}-I)M_{a2}M_{a1}$.

La inyección inicial I se define como un vector columna al que se le imputa el choque en las filas correspondientes a las cuentas que quieren alterarse. La ventaja de la descomposición aditiva es que permite analizar tanto el efecto difusión como absorción de todo el sistema, es decir los multiplicadores de la matriz M_a así como la participación del efecto directo, el cruzado y el del flujo circular del dinero, es decir los multiplicadores de las matrices M_{a1}, M_{a2}, M_{a3} .

8.5. Limitaciones del análisis con los multiplicadores de la SAM

El análisis de multiplicadores asociados a la SAM debe partir del reconocimiento de que los coeficientes calculados descansan sobre una serie de supuestos restrictivos. Este reconocimiento fue planteado por Pyatt y Round (1979), para quienes los órdenes de magnitud derivados de los multiplicadores de la SAM no reflejan de manera exacta el cambio en el nivel de ingreso de una cuenta endógena ante cambios en las inyecciones de ingreso que afectan las economías, pues en sentido estricto son calculados como una medida promedio y no marginal.

Lo anterior significa que los coeficientes asociados a la matriz M_a son resultado de las propensiones medias al consumo, las cuales pueden diferir de las propensiones marginales debido a que la elasticidad ingreso de la demanda⁸ no es igual a uno (1) en todos los sectores de la economía; es decir, ante un incremento del 1% en el ingreso no todos los sectores operarán por incrementar sus demandas por todos los bienes en esa misma proporción.

Con el fin de superar esta limitante del análisis de multiplicadores, Pyatt y Round (1979) y Round (1985 y 2003) propusieron el cálculo de otros multiplicadores, que pueden obtenerse a partir de la diferenciación de la Ecuación (9), que es el efecto marginal del cambio.

$$dY_n = dT_{nn} + dX_n \quad (29)$$

Reemplazando (11) en (29) se obtiene que

$$\begin{aligned} dY_n &= dA_n * dY_n + dX_n \\ dY_n &= \eta_{ij} dA_n * dY_n + dX_n \\ dY_n &= C_n * dY_n + dX_n \\ dY_n - C_n * dY_n &= dX_n \\ dY_n (I - C_n) &= dX_n \\ dY_n &= (I - C_n)^{-1} dX_n \\ dY_n &= M_c dX_n \end{aligned} \quad (30)$$

⁸ Elasticidad ingreso de la demanda es la razón entre la variación porcentual de la demanda ocasionado por un cambio en el ingreso sobre la variación porcentual en el ingreso.

Donde:

η_{ij} : Elasticidad ingreso de la fila i con respecto a la columna j .

C_i : Matriz de propensiones marginales.

M_c : Matriz de multiplicadores marginales

El segundo elemento importante que limita los resultados de los multiplicadores de la SAM es que supone rigidez de precios, es decir, este esquema no contempla que las inyecciones de ingresos provocarían cambios en los precios. En consecuencia, probablemente las respuestas podrían estar sobreestimadas ya que un aumento en los precios genera dos efectos: el efecto sustitución, cuando se alteran los precios relativos y el efecto renta cuando hay una escalada generalizada de precios.

8.6. Conclusiones y recomendaciones en el uso de los multiplicadores

La matriz de multiplicadores de la SAM es una herramienta sencilla que permite conocer la estructura productiva y las interrelaciones existentes entre actividades, factores e instituciones de una economía. De igual forma, ofrecen una indicación acerca de los efectos que podrían esperarse ante inyecciones de ingreso en toda la economía y/o en un sector en particular.

Este ejercicio resulta útil cuando los diseñadores de políticas públicas deben conocer qué sectores o actividades económicas deben promover con mayor fuerza, ya sea, otorgando incentivos para su fortalecimiento y desarrollo o propiciando la investigación y el mejoramiento de la productividad en aquellas que tienen múltiples encadenamientos e importantes efectos sobre el resto de la economía.

Bogotá es una ciudad con un fuerte predominio del sector servicios, y el análisis de multiplicadores permite concluir que inyecciones exógenas por un monto determinado, bien sea en una cuenta en particular o en el sistema económico, producirían efectos importantes en el mismo sector servicios, perpetuando así los rasgos fundamentales de la economía bogotana.

A pesar de la significancia del sector servicios en la capital del país, adicionalmente, es importante destacar que Bogotá presenta un nivel de diversificación suficientemente alto en la producción manufacturera y posee un sector comercio muy dinámico.

Las inyecciones de ingresos en sectores estratégicos de la economía re-

saltarían fundamentales para lograr un crecimiento sostenido, mejorar la cantidad y calidad del empleo, aumentar la productividad, ganar mercados internos y externos y posicionar a Bogotá como primera economía del país.

Finalmente, es preciso recordar que los resultados derivados de los multiplicadores de la SAM deben ser utilizados con cautela, puesto que se sustentan en una serie de supuestos restrictivos. En primera instancia, dan señales sobre la respuesta promedio y no marginal y, adicionalmente, no contempla variaciones en los precios ante las inyecciones de ingreso.

CAPÍTULO 2

ESTIMACIÓN EXPLORATORIA MEDIANTE MÉTODOS DE MÁXIMA ENTROPÍA (ME)

1. Aspectos conceptuales y metodológicos del método de Máxima Entropía (ME)

Los modelos econométricos son la metodología estadística más utilizada en la ciencia económica para estimar los parámetros que relacionan una variable dependiente con un conjunto de variables explicativas. La correcta implementación de estos modelos depende del cumplimiento de los supuestos y condiciones que los sustentan.

Los problemas de violación de supuestos pueden ser resueltos gracias a mejoras en la información disponible o introduciendo unos supuestos más restrictivos, esto último, comprometiendo la simplicidad de la estimación de los modelos. La máxima entropía generalizada (GME) es una metodología de estimación alternativa que ha sido recientemente propuesta para subsanar los problemas típicamente asociados con la estimación de regresión clásica y bayesiana (Fraser, 2000) (Robinson & Tarp, 2001). La GME es un mecanismo de estimación formal no lineal que puede ser implementado cuando la información disponible para el investigador es incompleta, parcialmente incorrecta o limitada (Golan, Judge, & Miller, 1997).

La estimación por GME fue desarrollada a partir de la medida de *información o entropía* propuesta por Shannon (1948) y Jaynes (1975). Esta medida se fundamenta en una noción intuitiva acerca de la información que contiene la ocurrencia de un evento. Por ejemplo, si se sabe que “ X ” ocurrirá con una probabilidad de 0.99, entonces esta afirmación contendrá poca información, sí “ X ” efectivamente ocurre; si sucede lo contrario, la realización del evento contendrá mucha información (Theil, 1965).

Lo anterior se formaliza definiendo que la información que revela una observación es decreciente en la probabilidad de su ocurrencia, es decir, a medida que se tenga menos incertidumbre (mayor probabilidad de ocurrencia) acerca del evento, la información ganada por su ocurrencia es menor. Entonces, si x es una variable aleatoria con k posibles valores x_k con

$k=1,2,\dots,K$ y probabilidades p_k tal que $\sum_k p_k=1$, la medida de entropía definida por Shannon es la siguiente (Golan, Judge, & Miller, 1997):

$$H(p) = -\sum_{k=1}^K p_k \ln p_k \quad (1)$$

Donde:

$H(p)$ es la medida de entropía de Shannon, indica el conocimiento o incertidumbre acerca de la ocurrencia de un conjunto de eventos (Robinson & Tarp, 2001).

Nótese que la función $H(p)$ alcanza su máximo cuando la distribución de las probabilidades es uniforme, es decir que $p_1=p_2=\dots=p_k$, por esta razón la entropía puede ser definida como la diferencia entre la distribución uniforme y el proceso que genera p_k (Fraser, 2000). El procedimiento desarrollado por Shannon y posteriormente por Jaynes para recuperar el vector p de probabilidades desconocidas acerca de la ocurrencia de un evento, consiste en maximizar la función de entropía $H(p)$ sujeta a la condición de aditividad de las probabilidades $\sum_k p_k=1$ y a los momentos particulares subyacentes a los datos (observaciones) con los que se cuenta.

El problema de GME puede ser generalizado, en caso que se cuente con un vector q que contenga información previa acerca de las probabilidades de ocurrencia de los eventos, con el objeto de darle mayor precisión a la estimación del vector p . La introducción de conocimiento previo en el problema deriva el principio de Entropía Cruzada (GCE). Este último se define así⁹:

$$I(p, q) = \sum_{k=1}^K p_k \ln p_k - \sum_{k=1}^K p_k \ln q_k \quad (2)$$

La ventaja primordial de los procedimientos GME y GCE es que hacen uso eficiente de la escasa información con la que se cuenta en un problema de estimación de parámetros (Robinson & Tarp, 2001); en la medida que no se requiere la imposición de supuestos arbitrarios sobre las distribuciones y refleja la información contenida los datos disponibles (Fraser, 2000) (Golan, Judge, & Miller, 1997).

⁹ Véase: (Fraser, 2000)

1.1. Descripción del problema de estimación lineal en términos de ME¹⁰

Un modelo lineal de naturaleza estocástica es descrito generalmente en los siguientes términos:

$$y = X\beta + e \quad (3)$$

Donde:

y : Vector de $T \times 1$ que contiene las observaciones de la variable a explicar

X : Matriz de $T \times K$ que contiene las observaciones de las K variables explicativas

β : Vector $K \times 1$ que contiene los parámetros de respuesta desconocidos

e : Vector de $T \times 1$ que contiene los errores no observados T, K

El procedimiento de GME consiste en reparametrizar el modelo expresado en (3), de tal forma que los parámetros desconocidos contenidos en el vector β y los términos de error en e se puedan expresar en términos de un vector de probabilidades de ocurrencia denominados p y w respectivamente.

1.1.1. Reparametrización del vector β

El procedimiento de reparametrización del vector de parámetros β consiste en suponer que cada elemento β_k es una variable aleatoria discreta que tiene un soporte compacto¹¹ con $2 \leq M \leq \infty$ posibles resultados. Con esta definición se puede expresar el vector de parámetros como el producto de una matriz de con los M posibles valores y sus correspondientes probabilidades de ocurrencia.

Entonces, todos los parámetros β_k se definen de la siguiente forma:

$$\beta_k = p_{k1}z_{k1} + p_{k2}z_{k2} + \dots + p_{km}z_{km} + \quad (4)$$

Donde:

M : Tamaño del conjunto soporte

z_{km} : m -ésimo valor del conjunto soporte del parámetro k

p_{km} : probabilidad de ocurrencia del m -ésimo valor del parámetro k

10 Confróntese con: (Golan, Judge, & Miller, 1997)

11 Se dice que una función tiene un conjunto soporte compacto si los elementos en los que la función no es nula conforman un conjunto cerrado y acotado.

Dado que se tienen K parámetros entonces la redefinición del vector β se puede expresar de forma matricial así:

$$\beta = Zp = \begin{bmatrix} z_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & z_{k1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_k \end{bmatrix} \quad (5)$$

Donde:

Z_k : Vector de $1 \times M$ que contiene los valores del soporte compacto asociado al parámetro de la k -ésima variable

Z : Matriz de tamaño $K \times KM$ que contiene los M valores de los soportes de todos los K parámetros

p_k : Vector de $M \times 1$ que contiene las probabilidades de ocurrencia asociadas a cada elemento del soporte compacto de la k -ésima variable.

p : Vector de tamaño $KM \times 1$ que contiene las M probabilidades de todos los valores de los soportes de todos los K parámetros

1.1.2. Reparametrización del vector e

Al igual que con el vector de parámetros β , el vector que contiene los errores del modelo (e) también debe ser redefinido como el producto de una matriz que contenga los valores de los conjuntos soportes y un vector de las probabilidades asociadas a dichos valores.

Se supone que e es un vector aleatorio con momentos finitos. Cada elemento del vector e_t se considera como una variable aleatoria discreta con un soporte compacto de $2 \leq J \leq \infty$ posibles resultados. Sí para cada elemento del soporte existe una probabilidad de ocurrencia, entonces cada e_t puede ser definido así:

$$e_t = w_{1t}v_{1t} + w_{2t}v_{2t} + \dots + w_{Jt}v_{Jt} \quad (6)$$

Donde:

J : Tamaño del conjunto soporte

v_j : j -ésimo valor del conjunto soporte del error e_t

w_j : Probabilidad de ocurrencia del j -ésimo valor

Dado que hay $t=1,2,\dots,T$ observaciones, entonces el vector de errores puede ser descrito así:

$$e = Vw = \begin{bmatrix} v_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & v_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_T \end{bmatrix} \quad (7)$$

Donde:

v'_i : Vector de $1 \times J$ que contiene los valores del soporte del error e_t

V : Matriz de tamaño $T \times TJ$ que contiene todos los J valores de los T errores del modelo

w_i : Vector $J \times 1$ que contiene las probabilidades de ocurrencia de cada uno de los J elementos del soporte de e_t

w : Vector $TJ \times 1$ que contiene las probabilidades de los J valores del soporte de los T errores del modelo

2. Planteamiento del problema de Máxima Entropía Generalizada (GME)

Una vez se tenga la reparametrización de los vectores de parámetros y errores, se puede redefinir el modelo lineal descrito en (3), pues si en esta ecuación se reemplaza (5) y (7) se obtiene:

$$y = X\beta + e = XZ_p + Vw \quad (8)$$

Con este nuevo modelo, el objetivo del procedimiento GME es encontrar los vectores p y w que maximicen la función de entropía y que satisfagan las restricciones del modelo, es decir que sean consistentes con los datos y se cumpla la condición de aditividad de las probabilidades. La función objetivo del problema sería el siguiente:

$$\max_{p,w} H(p,w) = -p' \ln p' - w' \ln w' \quad (9)$$

Nótese que la ecuación (9) es la expresión matricial de la función de entropía descrita en (1) para el vector p , que será útil para estimar los parámetros y el vector w que contendrá las probabilidades asociadas al error.

Las restricciones del modelo serían las siguientes:

$$y = XZp + Vw \quad (10)$$

$$1_K = (I_k \otimes 1_M)p \quad (11)$$

$$1_T = (I_T \otimes 1_J)w \quad (12)$$

Las restricciones (11) y (12) equivalen a la condición que la suma de las probabilidades de cada soporte debe ser igual a 1 (aditividad), mientras que la (10) es la restricción de consistencia con los datos (Golan, Judge, & Miller, 1997).

La solución de este problema corresponde a dos vectores p^* y w^* con los que se calcula el valor esperado de los parámetros en el vector β y el de errores e .

3. Las elasticidades de un modelo de equilibrio general computable

Los modelos de equilibrio general representan a través de ecuaciones los patrones de oferta y demanda de los diferentes agentes que interactúan en la economía. (Perdomo, 2008). Cada ecuación en el modelo tiene un sentido económico y se expresa mediante una forma funcional que determina la relación entre sus variables. Al respecto, se analizan cuatro (4) de las ecuaciones que caracterizan un modelo de equilibrio general computable:

1. Elasticidad de sustitución entre trabajo y capital
2. Elasticidad constante de transformación
3. Elasticidad de sustitución Armington
4. Sistemas Lineales de Gasto

Las dos primeras elasticidades describen la producción y la oferta respectivamente, mientras que las dos últimas están asociadas a los patrones de demanda de los consumidores nacionales. A continuación se describirá brevemente la noción teórica detrás de cada una de estas elasticidades.

3.1. Elasticidad de sustitución entre trabajo y capital (CES)

La producción es el proceso de transformación de insumos en productos (Jehle & Reny, 2000). La manera más general para representar el proceso tecnológico que realiza una firma es mediante una función de producción, puesto que esta describe el nivel de producto que se obtendría para diferentes niveles de insumos.

La producción puede ser representada por distintas formas funcionales se-

gún los rendimientos a escala que exhiba el proceso productivo, así como la facilidad de sustitución entre los factores. La función de producción CES es una representación general que concibe varios casos de retornos a escala y grados de sustitución, pero que supone que la elasticidad de sustitución de los factores es constante.

Si tiene una función de producción tipo CES descrita por la siguiente expresión:

$$Y = A \left[\delta_1 X_1^{-\rho} + \dots + (1 - \sum_{j=1}^{k-1} \delta_j) X_k^{-\rho} \right]^{-\eta/\rho} \quad (13)$$

Donde:

Y : Valor agregado

X_i : Cantidad del i -ésimo insumo

A : Factor de escala

η : Simboliza los rendimientos a escala

ρ : Parámetro de sustitución entre los factores

δ_i : Parámetro del i -ésimo insumo

Y la definición de la elasticidad de sustitución entre los factores i y j es la siguiente. Ver (Jehle & Reny, 2000).

$$\sigma_{ij} = \frac{d \ln \left(\frac{X_j}{X_i} \right)}{d \ln \left(\frac{f(X)}{f_j(X)} \right)} \quad (14)$$

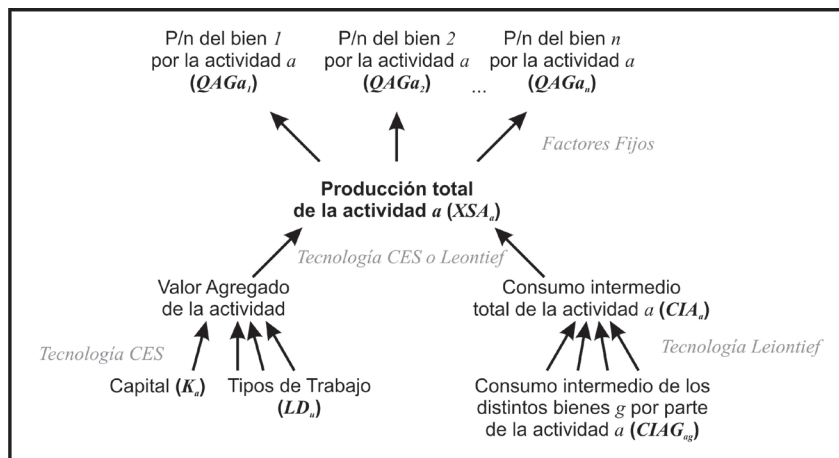
Entonces, la ecuación (13) en la definición (14) da como resultado que la elasticidad de sustitución que sería la siguiente:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{1 - \rho} \quad (15)$$

La elasticidad de sustitución señala el porcentaje de cambio en las proporciones de los factores productivos empleados asociado a un cambio en un 1% en la tasa marginal de sustitución entre ellos. Lo anterior significa que si esta elasticidad es cercana a cero (0) entonces los factores son difícilmente sustituibles, es decir que tienen unas proporciones fijas en la producción, mientras que entre más grande sea, esto implicaría que es más fácil la sustitución entre ellos

En un modelo de equilibrio general computable, la función de producción agrega los factores productivos conforme al parámetro de elasticidad de sustitución estimado, razón por la que determina la demanda de factores en cada rama de producción. En la Figura 3, la elasticidad de sustitución correspondería al parámetro de la tecnología CES que agrega capital y trabajo.

Figura 3. Estructura de la producción de una actividad en un MEGC



Fuente: (Perdomo, 2008)

Para estimar la elasticidad de sustitución se tiene dos posibilidades, la primera a partir de la función de producción y la segunda a partir de la función de costos. Si se decide optar por la primera, es decir, a partir de la ecuación (13) entonces se requerirían técnicas de estimación no lineales o utilizar una aproximación de Taylor de segundo orden alrededor de $\ln L$ y obtener la siguiente ecuación

$$\ln Y = \ln A + \eta\delta \ln L + (1 - \delta)\ln K - \frac{1}{2}\rho\eta\delta(1 - \delta)[\ln L - \ln K]^2 \quad (16)$$

Suponiendo que se cuenta con $t=1,2,\dots,T$ observaciones y se incorpora un componente estocástico a la función en (16) se obtiene el siguiente problema de estimación lineal clásico:

$$\ln Y_t = c_0 + c_1 \ln L_t + c_2 \ln K_t - c_3 [\ln L_t - \ln K_t]^2 + e_t \quad (17)$$

Donde:

$$c_0 = \ln A ; A = \exp c_0$$

$$c_2 = 1 - \delta ; \delta = 1 - c_2$$

$$c_1 = \eta\delta ; \eta = c_1 / (1 - c_2)$$

$$c_3 = 1/2(\rho\eta\delta) ; \rho = 2c_3 / c_1$$

3.2. Elasticidad de transformación constante (CET)

Los productores nacionales deben decidir la forma óptima de asignar su producción en el mercado nacional y en el externo. Estas proporciones son el resultado de un problema de maximización de ingresos sujeto a una función de producción caracterizada por una elasticidad constante de transformación.

En este sentido, la función objetivo de un productor nacional del bien “g” sería:

$$\max_{D,EX} PXT_g * XT_g = PI_g * EX_g + PD_g * D_g \quad (18)$$

Donde:

$PXT_g * XT_g$: Ingreso del productor del bien “g”. Multiplicación entre el precio del bien PXT_g y las cantidades vendidas XT_g

PI_g : Precio doméstico del bien exportado “g”

EX_g : Cantidad de la producción del bien “g” destinada a la exportación

PD_g : Precio doméstico del bien “g”

D_g : Cantidad de la producción del bien “g” destinada al mercado doméstico

La restricción de este problema corresponde a la función (18) que describe la frontera de posibilidades de producción para los bienes destinados al mercado doméstico y externo.

$$XT_g = [\delta EX_g^\rho + (1 - \delta) D_g^\rho]^{\frac{1}{\rho}} \quad (19)$$

La solución de este problema es la oferta exportable en términos de su participación en la oferta doméstica, la que está determinada por la relación de precios locales e internacionales (Svensson, 2005).

$$\frac{EX_g}{D_g} = \left(\frac{1 - \delta}{\delta} \right)^\sigma \left(\frac{PI_g}{PD_g} \right)^\sigma \quad (20)$$

Como se mencionó anteriormente, esta función se caracteriza por tener una elasticidad constante de transformación, es decir que la respuesta de la razón de producción ante cambios en la tasa marginal de sustitución es constante en todo el dominio de la función. Si la elasticidad de transformación se define como:

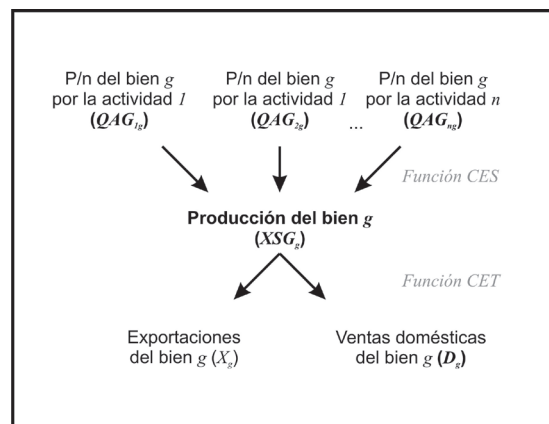
$$\sigma = \frac{\left(\frac{df}{dD_g}\right)\left(\frac{df}{dEX_g}\right)}{f(\cdot)\left(\frac{d^2f}{dD_g dEX_g}\right)} \quad (21)$$

Utilizando (20) en (21) se obtiene que la elasticidad de transformación es igual a:

$$\sigma = \frac{1}{1 - \rho} \quad (22)$$

La elasticidad CET define la forma en cómo los productores nacionales distribuyen la producción de sus bienes entre las ventas domésticas y las exportaciones, en la Figura 3.2 se esquematiza la función que cumple este parámetro dentro de un modelo de equilibrio general computable.

Figura 4. Estructura de la oferta del un bien en un MEGC



Fuente:(Perdomo, 2008)

Para estimar la elasticidad de transformación es preciso afectar la ecuación (20) con logaritmos, con el fin de obtener una función lineal en el parámetro de interés.

$$\ln\left(\frac{EX_g}{D_g}\right) = \sigma \ln\left(\frac{1 - \delta}{\delta}\right) + \sigma \ln\left(\frac{PI_g}{PD_g}\right) \quad (23)$$

Suponiendo que se cuenta con $t=1, 2, \dots, T$ observaciones y se le agrega un componente estocástico a la función (24) se obtiene un problema de estimación lineal clásico.

$$\ln\left(\frac{EX_{gt}}{D_{gt}}\right) = \beta_0 + \beta_1 \ln\left(\frac{PI_{gt}}{PD_{gt}}\right) + e_t \quad (24)$$

Donde:

$\beta_0 = \sigma \ln\left(\frac{1-\sigma}{\delta}\right)$, que corresponde al valor constante

$\beta_1 = \sigma$, que es el parámetro de interés, es decir la elasticidad de transformación.

3.3. Elasticidad de sustitución Armington

La hipótesis de Armington (1969) postula la sustitución imperfecta entre bienes transables producidos domésticamente e importados. Esta hipótesis es útil para representar las características de ciertos bienes o industrias ya que permite su agregación mediante criterios plausibles. Sí se tiene una función que agrega la oferta del bien “g” en el mercado nacional de la siguiente forma:

$$f(M_g, D_g) = QD_g = B_g [\delta_g M_g^{-\rho_g} + (1 - \delta_g) D_g^{-\rho_g}]^{-1/\rho_g} \quad (25)$$

Donde:

QD_g : Cantidad producida del bien “g” compuesto

M_g : Cantidad producida en el exterior del bien “g”

D_g : Cantidad producida domésticamente del bien “g”

$B_g, \delta_g, \rho_g, B_k, \delta_k, \rho_{5k}$: Parámetros

La elasticidad de sustitución Armington se define como:

$$\sigma_g = \frac{d \ln(M_g/D_g)}{d \ln(f_g(M_g, D_g)/f_d(M_g, D_g))} \quad (26)$$

Resolviendo (14) utilizando (13) se obtiene que:

$$\sigma_g = \frac{1}{1 - \rho_g} \quad (27)$$

La elasticidad Armington también se puede derivar de la solución de minimización de costos para un consumidor que se enfrenta al problema de comprar bienes domésticos o importados sujeto a la función de oferta descrita en la ecuación (25). La condición de primer orden que se deriva de la solución de este problema determina la relación óptima entre las cantidades producidas domésticamente e importadas según su razón de precios (Ecuación 28).

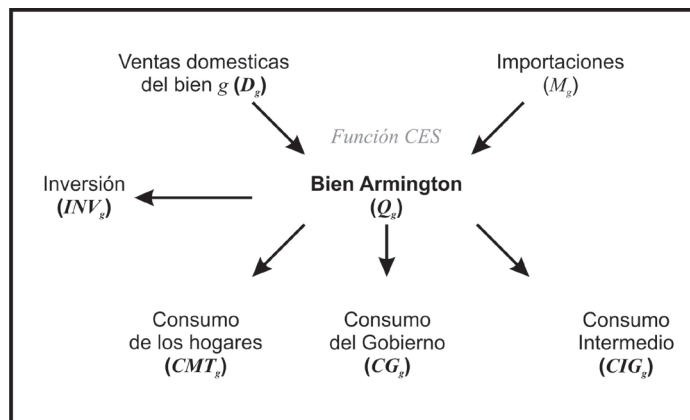
$$\frac{M_g}{D_g} = \left(\frac{P_{mg}}{P_{dg}}\right)^{\sigma_g} * \left(\frac{\delta_g}{1 - \delta_g}\right)^{\sigma_g} \quad (28)$$

Donde:

P_{mg} : Precio del bien “g” producido en el exterior.

P_{dg} : Precio del bien “g” producido domésticamente.

Figura 5. Estructura de la demanda en un MEGC



Fuente: (Perdomo, 2008)

Para la estimación econométrica de la elasticidad Armington se parte de la ecuación (28) a la que se afecta con el cálculo del logaritmo natural:

$$\ln\left(\frac{M_g}{D_g}\right) = \sigma_g \ln\left(\frac{\delta_g}{1 - \delta_g}\right) + \sigma_g \ln\left(\frac{P_{dg}}{P_{mg}}\right) \quad (29)$$

De esta forma el modelo a estimar sería, la misma ecuación (29) pero con un componente estocástico representado por e_t :

$$\ln\left(\frac{M_{g(t)}}{D_{g(t)}}\right) = \beta_0 + \beta_1 \ln\left(\frac{P_{dg(t)}}{P_{mg(t)}}\right) + e_t \quad (30)$$

Donde:

β_1 : Es la elasticidad Armington para el bien “g” $\sigma_g \beta_0 - \sigma \ln\left(\frac{1 - \sigma}{\delta}\right)$

3.4. Sistemas Lineales de Gasto

Las funciones de demanda de la forma LES (*Linear Expenditure Systems*) se derivan de la teoría de la elección de los consumidores, es decir, son la solución del problema del hogar-consumidor- de maximización de la utili-

dad del hogar sujeto a las restricciones presupuestales respectivas. La selección de una forma funcional para describir la utilidad de los individuos se basa principalmente en los planteamientos de (Stone, 1954). La solución es un sistema de demandas que cumple con las propiedades que la teoría económica considera deseables tales como la aditividad, homogeneidad y simetría. El modelo de demanda propuesta por Stone se deriva de las funciones de utilidad denominadas “Stone-Geary” (Kao, Lee, & Pitt, 2001) definidas por:

$$u(x) = \sum_{c=1}^n a_c \ln(x_c - r_c) \tag{31}$$

Donde:

x_c : Cantidad del bien $c=1,2,\dots,n$

De esta forma el problema del hogar es elegir una cesta optima x^* tal que

$$Max \ u(x) = \sum_{c=1}^n a_c \ln(x_c - r_c)$$

Sujeto a una restricción presupuestal de la forma (donde el lado derecho es el ingreso y el izquierdo el gasto respectivo):

$$y \geq \sum_{c=1}^n p_c * x_c \tag{32}$$

La solución respectiva a este problema son las demandas marsallianas que se muestran a continuación:

$$x_c = \gamma_c - \frac{\alpha_c}{(\sum_{c=1}^n \alpha_c)p_c} \sum_{c'=1}^n p_{c'} \gamma_{c'} + \frac{\alpha_c}{(\sum_{c=1}^n \alpha_c)p_c} y \tag{33}$$

De esta forma el gasto que el individuo hará en cada uno de los “n” bienes será respectivamente:

$$p_c x_c = p_c \gamma_c + \beta_c (y - \sum_{c'=1}^n p_{c'} \gamma_{c'}) \tag{34}$$

Donde:

$$\beta_c = \frac{\alpha_c}{(\sum_{c=1}^n \alpha_c)}$$

La ecuación (24) indica que el gasto que un individuo (o grupo de individuos) hará en el bien “c” es igual, por un lado, a un consumo básico del bien representado por valorado a los precios actuales. Adicionalmente, el gasto en este bien depende de la manera en que el individuo distribuye el ingreso adicional $\left(y - \sum_{c'=1}^n p_{c'} \gamma_{c'}\right)$ en los demás bienes en una proporción fija (Green, Hassan, & Johnson, 1978).

De esta manera, el modelo econométrico a estimar para la función demanda de un bien en particular corresponde a la misma ecuación (34) añadiendo un valor aleatorio:

$$p_c x_c = p_c \gamma_c + \beta_c \left(y - \sum_{c'=1}^n p_{c'} \gamma_{c'}\right) + \epsilon_c \quad (35)$$

Que para los diferentes bienes conforma un sistema de ecuaciones lineales simultáneo de funciones de demanda

Dado que la información de los hogares dentro del modelo de equilibrio general computable (MEGC) para Bogotá se especifica para diferentes tipos de hogar, el sistema de ecuaciones simultaneas para estimar las funciones de demanda (LES) se amplía para cada tipo de hogar (**h**), de la siguiente manera:

$$p_c x_{ch} = p_c \gamma_{ch} + \beta_{ch} \left(y_h - \sum_{c'=1}^n p_{c'} \gamma_{c'h}\right) + \epsilon_{ch} \quad (36)$$

4. Fuentes de información para la estimación de las elasticidades CES, CET y Armington y parámetros LES

Las elasticidades CES, CET y Armington fueron estimadas para los siguientes cinco (5) sectores de la industria de la economía bogotana:

- a. Sector de alimentos, bebidas y productos de tabaco
- b. Sector de textiles prendas de vestir y productos de cuero
- c. Sector de productos de papel, imprentas y ediciones
- d. Sector de fabricación de productos químicos, derivados del petróleo, caucho y plástico
- e. Sector de maquinaria y equipo

Esta agregación es resultado por un lado de la clasificación industrial con

la que se encuentran los datos en las diversas fuentes de información consultada y de otro lado de la división realizada en algunos trabajos de estimación de estos parámetros que fueron consultados, en particular los de elasticidad Armington para Colombia realizados por (Lozano, 2004) y (Hernández, 1998); y los trabajos de elasticidades de sustitución entre capital y trabajo publicados por el DNP (Hernández & Ramirez, 1999)(Arango, García, & Hernandez, 1998).

Para las elasticidades de sustitución entre capital y trabajo, las series utilizadas para la estimación se construyeron a partir de la información de producción y sueldos consignados en la Encuesta Anual Manufacturera (EAM) de 2002-2006 para cada sector estudiado. Esta información se encuentra disponible por áreas metropolitanas (y Bogotá) y ramas de la producción en la página de consultas dinámicas vía web del DANE.

La construcción de la serie del stock de capital necesario para esta estimación se hizo mediante la metodología de inventario perpetuo (Arango, García, & Hernandez, 1998), (Hernandez & Ramirez, 1999). Las fuentes de información utilizadas fueron las cuentas nacionales a precios constantes publicadas por el DANE de donde se tomó la formación bruta de capital fijo y se calculó la tasa de crecimiento promedio histórica necesaria para el cálculo del stock de capital. La tasa de interés fue tomada como el promedio anual de las tasas de interés activa publicada en la página web del Banco de la República.

Para las elasticidades CET y Armington se utilizó información facilitada por la Cámara de Comercio de Bogotá que contiene las exportaciones e importaciones de Bogotá discriminadas utilizando la clasificación industrial CIIU 2 dígitos en precios corrientes. Para el primer caso se tiene la serie comprendida de 2000 a 2007, mientras que la información de importaciones va desde 1992 hasta 2007. La información de oferta nacional se tomó de las cuentas nacionales departamentales publicadas por el DANE y la relación de precios fue consultada en el Banco de la República, a partir de las series de IPP para productos nacionales e importados por ramas de la producción.

Por su parte, para la estimación de los parámetros LES se realizó de manera discriminada, de acuerdo a la fuentes de información: por un lado, se utilizó información del gasto de los hogares de la Encuesta Continua de Hogares, para la serie 2001 – 2007 y los índices de precios reportados por el

DANE para Bogotá en el mismo período. Con esto, fue posible estimar los parámetros para seis rubros (alimentos, vivienda, transporte, comunicaciones, energía eléctrica y acueducto). Por otro lado, con la información de la Encuesta de Capacidad de Pago 2004 y los índices de precios reportados por el DANE para Bogotá fue posible estimar los parámetros para nueve rubros diferentes (alimentos, bebidas y tabaco, acueducto y alcantarillado, energía eléctrica, teléfono, vivienda, salud, transporte y comunicaciones y educación).

El problema de GME para cada una de las elasticidades y parámetros estimados fue programado en GAMS¹². En términos generales cada rutina contiene tres (3) partes, en la primera se definen los conjuntos, los parámetros y las variables de entrada del problema, en la segunda se especifican las ecuaciones, es decir, la función objetivo y las restricciones de aditividad y consistencia. En la última sección de la rutina se determina el modelo de optimización con el que se soluciona el problema planteado, que para este caso fue programación no lineal (NLP) y finalmente se calculan las soluciones.

12 GAMS: *General Algebraic Modelling System*.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La técnica de GME es una herramienta útil y fácil de implementar para estimar parámetros en ausencia de series de tiempo lo suficientemente grandes para llevar a cabo ejercicios de tipo econométrico. Este programa de optimización aprovecha al máximo la limitada información existente y permite incorporar el conocimiento previo con el que se cuenta acerca del valor de los parámetros.

Vale la pena mencionar que conocer la forma funcional subyacente a los datos utilizados no se encuentra contemplada dentro de la rutina de GME razón por la que se requiere un análisis econométrico para validar las conclusiones acerca de las funciones anteriormente analizadas.

Sería pertinente llevar a cabo una comparación de las estimaciones encontradas por esta metodología con las resultantes de modelos econométricos, con el fin de comprobar la bondad de este tipo de herramienta, ya que no es posible realizar los test de significancia a los parámetros y al modelo que normalmente elaboran por medio de una estimación econométrica.

BIBLIOGRAFÍA

CORDI, A. ¿Se cumplen las verdades nacionales a nivel regional? Primera aproximación a la construcción de matrices de contabilidad social regionales en Colombia”, Documento 121 Recuperado de Internet el 16 de septiembre de 2008 Enlace electrónico: http://www.dnp.gov.co/archivos/documentos/DEE_Archivos_Economia/121.pdf, Archivos de Macroeconomía, *Departamento Nacional de Planeación, Bogotá, 1999*

CORREDOR, D. PARDO, O. Matrices de contabilidad social 2003, 2004 y 2005 para Colombia”, Documento 339 Recuperado de Internet el 17 de septiembre de 2008. Enlace electrónico: http://www.dnp.gov.co/PortalWeb/Portals/0/archivos/documentos/DEE/Archivos_Economia/339.pdf, Archivos de Economía, *Departamento Nacional de Planeación, Bogotá, 2008*

DANE. Bases de contabilidad nacional, según el SCN 1993. *DANE, Bogotá, 2003*

DEATON, A. S. The Analysis of Consumer Demand in the United Kingdom, 1900-1970, *Econometrica*, 341-367, *Gran Bretaña, 1974*

DEFOURNY, J. THORBECKE, E. Structural Path Analysis and Multiplier Decomposition within a Social Accounting Matrix Framework, *The Economic Journal Vol. 94, No. 373, 111-136, Gran Bretaña, 1994*

ECONOMETRÍA S.A. Estimación de funciones de consumo, ahorro e inversión de Santa Fe de Bogotá, *DANE, Bogotá, 1998*

FRASER, I. (2000). An application of maximum entropy estimation: the demand for meat in the United Kingdom, *Applied Economics Vol. 32, No. 1, 45-59, Gran Bretaña, 2000*

GOLAN, A., JUDGE, G., & MILLER, D. Maximum Entropy Econometrics: robust Estimation with Limited Data. *John Wiley & Sons, New York, 1997*

GREEN, R. D., HASSAN, Z. A. & JOHNSON, S. R. Maximum likelihood estimation of linear expenditure systems with serially correlated errors: An application, *Economic Review, Vol. 11, No. 2, 207-219, 1978*

HAYDEN, C. ROUND J. Developments in Social Accounting Methods as Applied in the Analysis of Income Distribution and Employment Segues, *World Development Vol.10 No. 6, Washington, 1982*

HERNÁNDEZ, G. Elasticidades de Sustitución de las Importaciones para la Economía Colombiana, *Revista de Economía 79-89, Universidad del Rosario, Bogotá, 1998*

JEHLE, G. RENY, P. Advanced Microeconomic Theory. *Addison Wesley, Shanghai University of Finance and Economics, Beijing, 2000*

KAO, C. LEE, L. F. PITT, M. M. Simulated Maximum Likelihood Estimation of The Linear Expenditure System with Binding Non-negativity Constraints, en *Annals of Economics and Finance, 203-223, Beijing, 2001*

LLOP, M, MANRESA, A. Análisis de la Economía de Cataluña 1994 a través de una Matriz de Contabilidad Social, Recuperado de Internet el 16 de septiembre de 2008. Enlace: http://www.ine.es/revistas/estaespa/144_10.pdf, *Estadística Española Vol. 41 No. 144, 241-268, Universidad de Barcelona, Barcelona, 1999*

LOZANO, C. Elasticidades de sustitución Armington para Colombia, Documento 271. Recuperado de Internet el 12 de abril del 2010. Enlace electrónico: http://www.dnp.gov.co/PortalWeb/Portals/0/archivos/documentos/DEE/Archivos_Economia/271.pdf, Archivos de Economía, *Departamento Nacional de Planeación, Bogotá, 2004*

NGUESSA, J. P. Estimating the key parameters of the Lesotho CGE Model, *American University, Washington, 2004*

POLLACK, R. A. WALES, T. J. Estimation of the Linear Expenditure System, *Econometrica*, 611-628, *New York University, New York, 1969*

PYATT G. ROUND, J. Accounting and Fixed Price Multipliers in a Social Accounting Matrix Framework, *The Economic Journal Vol. 89 No. 356, 850-873, Oxford USA, 1979*

ROBINSON, S. TARP, F. Parameter estimation for a computable general equilibrium model: A maximum entropy approach, Documento recuperado de internet el 10 de febrero del 2009. Enlace electrónico: <http://www.ifpri.org/divs/tmd/dp/papers/tmdp40.pdf>, *International Food Policy Research Institute, Washington, 2001*

ROUND, J. A review of experience in the design and use of social accounting matrices, *Department of Economics, University of Warwick, Warwick UK, 1982*

ROUND, J. Decomposing Multipliers for Economic Systems Involving Regional and World Trade, *The Economic Journal Vol. 95 No. 378, 383-399, 1985*

ROUND, J. Social Accounting Matrices and SAM-based Multiplier Analysis, The Impact of Economic Policies on Poverty and Income Distribution. Evaluation, Techniques and Tools, capítulo 14. Recuperado de Internet el 16 de septiembre de 2008. Enlace: http://poverty2.forumone.com/files/14017_chapter14.pdf, 301-324. *Oxford University Press, Oxford, 2003*

STONE, R. Linear Expenditure Systems and Demand Analysis: An Application to the Pattern of British Demand, *Economic Journal, Vol. 64 No. 255, 511-527, Oxford USA, 1954*

PYATT, G. ROUND, J. The Disaggregation of the Household Sector in The National Accounts, Social Accounting Matrices, a basis for planning. Documento recuperado de internet el 16 de septiembre del 2008. Enlace electrónico: http://www-wds.worldbank.org/external/default/WDSContentServer/WDS/IB/1999/12/02/000178830_98101901520228/Rendered/PDF/multi_page.pdf, *Simposio del Banco Mundial, Washington, 1985*

THEIL, H. The Information Approach to Demand Analysis, *Econometrica, Vol. 33 No. 1, New York University, New York, 1965*

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES. Matriz de Contabilidad Social para el Valle del Aburrá, Metodología de cálculo y análisis de resultados para el año 2005, *Bogotá, 2008*

